

НЕЛИНЕЙНАЯ АНАЛИТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПЕНИОТРОНА

С.П. Кузнецов, Д.И. Трубецков,
А.П. Четвериков

В ряде последних американских работ [1, 2] предложенный ранее пениотрон [3, 4] рассматривается как один из наиболее перспективных сверхвысокочастотных усилителей (в частности, в [2] нем говорят наряду с гиротроном). Достоинства „возрожденного“ усилителя, продемонстрированные расчетами на ЭВМ, состоят в возможности получения КПД более 90% при коэффициенте усиления порядка 20 дБ на частоте 90 ГГц [1]. В настоящей статье предлагается нелинейная аналитическая теория этого прибора.

В пениотроне тонкий полый электронный пучок движется в постоянном магнитном поле \vec{B}_0 вдоль оси волновода с продольными гребнями, вращаясь с циклотронной частотой ω_c (рис. 1, а). Пучок взаимодействует с быстрой волной TE_{01} в условиях доплеровского резонанса на четных гармониках циклотронной частоты

$$\omega - k_0 v_{||} - 2\rho\omega_c \approx 0, \quad \rho = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

где ω — частота входного сигнала, k_0 — постоянная распространения волны, $v_{||}$ — продольная составляющая скорости электронов.

Если длина волны в волноводе много больше расстояния между гребнями ($2\pi/k_0 \gg S, R$, см. рис. 1, а), то распределение поля рабочей моды в области пучка такое же, как для TEM -волны в четырехпроводной линии: $E = E_x + iE_y = \Psi(z^*) \text{Re}[\delta(z) \exp(-i(\omega t - k_0 z))]$, где

$$\Psi(z^*) = \frac{S^2 + R^2}{4iR} \sum_{n=1}^2 \left(\frac{1}{z^* - z_n^*} - \frac{1}{z^* - z_n} \right) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} g_k \left(\frac{z^*}{\sqrt{S^2 + R^2}} \right)^{2k}; \quad (2)$$

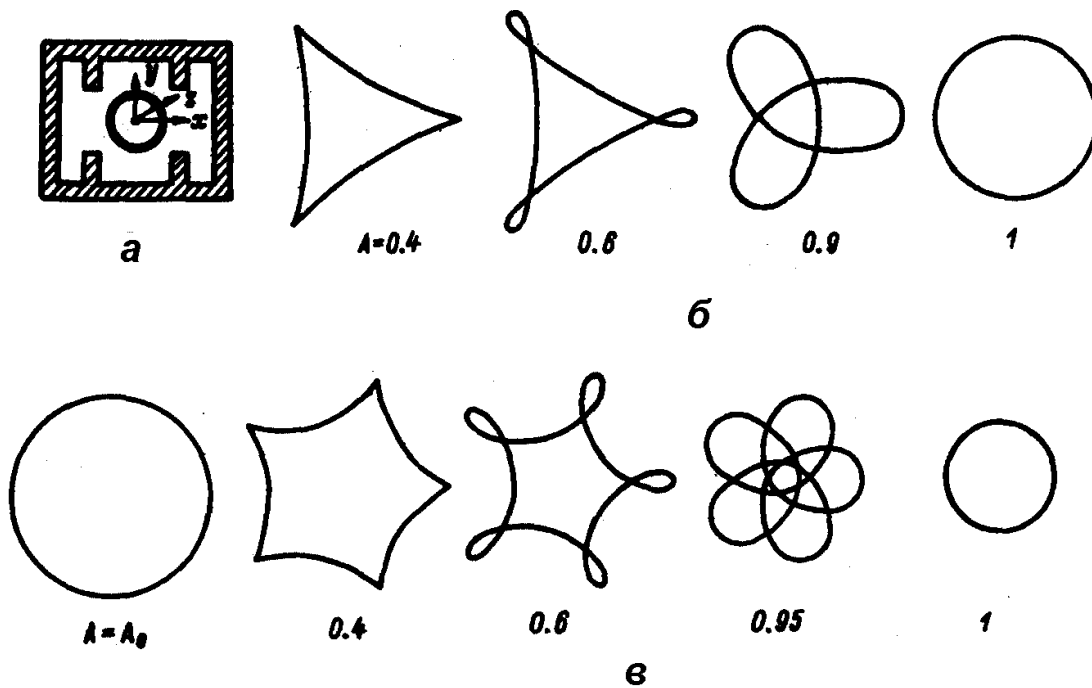


Рис. 1. Поперечное сечение пениотрона с кольцевым электронным потоком (начало пространства взаимодействия) (а); поперечное сечение электронного пучка при различных значениях A для (б) $p=1$ и (в) $p=2$ ($A_0=0.01$).

$$Z = x + iy; Z_{1,2} = \pm S \pm iR; g_k = \sqrt{1 + S^2/R^2} \sin[(2k+1) \arctg(R/S)].$$

Поскольку за время пролета электроны совершают большое число оборотов ($N > 20$ по данным [1]), используем метод усреднения [5], в рамках которого движение электрона в поле волны в слабoreлятивистском приближении описывается соотношениями

$$\begin{aligned} Z &= \tilde{\alpha} + \tilde{\beta} e^{-i\omega_0 t}; \quad z = r_{||}(t - t_0); \quad \tilde{\alpha}|_{t=t_0} = 0; \quad \tilde{\beta}|_{t=t_0} = r_0 e^{i\varphi_0}; \\ \dot{\tilde{\alpha}} &= -\frac{i}{B_0} \bar{E}, \quad \dot{\tilde{\beta}} = \frac{i\omega_0^2}{2c^2} \tilde{\beta} |\beta|^2 + \frac{i}{B_0} \bar{E} e^{i\omega_0 t}, \end{aligned} \quad (3)$$

где r_0, φ_0 - полярные координаты электрона в момент t_0 его влета в пространство взаимодействия; черта означает усреднение по „нерелятивистскому“ периоду циклотронного вращения $2\pi/\omega_c$.

В случае резонанса порядка ρ (см. [1]) вклад в правые части уравнений (3) дают члены ряда (2) с номерами $k \geq \rho$. Далее будем учитывать лишь первые исчезающие члены этого разложения. Вклад следующих членов несуществен, строго говоря, при $r_0^2 \ll S^2 + R^2$.

Введем безразмерные переменные и параметры:

$$\alpha = \sqrt{E\rho} \frac{\tilde{\alpha}}{r_0} e^{2i\rho\varphi_0}, \quad \beta = \frac{\tilde{\beta}}{r_0} e^{-i\varphi_0}, \quad F = \frac{E}{2k_0 D V_0}, \quad \zeta = k_0 D z,$$

$$\beta = \frac{\omega - h_0 v_{||} - 2\omega_c \rho}{h_0 v_{||} D}, \quad \epsilon = \frac{\omega_c^2 r_0^2}{2c^2 v_{||} h_0 D}, \quad D = \sqrt{\frac{I_0 K_{pp} \rho (1 + \frac{\omega_c^2 r_0^2}{v_{||}^2})}{2V_0}}, \quad (4)$$

где I_0 - ток пучка, V_0 - ускоряющее напряжение, $K_{pp} = \frac{2\rho |\delta|^2 x=y=0}{2(S^2 + R^2)^{2p}}$ -

сопротивление связи в случае резонанса p -го порядка, P - поток мощности в волноводе, F - нормированная комплексная амплитуда волны, ζ - продольная координата, β - параметр рассинхронизма, параметр ϵ характеризует неизохронность циклотронного вращения электронов, обусловленную релятивистской зависимостью их массы от скорости. В результате замены (4) уравнения движения электронов и уравнение возбуждения рабочей волноводной моды [5] принимают вид

$$\frac{d\alpha}{d\zeta} = -F(\beta^*)^{2p}, \quad \frac{d\beta}{d\zeta} = i\epsilon |\beta|^2 \beta + F\alpha^*(\beta^*)^{2p-1}, \quad \frac{dF}{d\zeta} = i\beta F - \alpha \beta^{2p} \quad (5)$$

с начальными условиями $\alpha|_{\zeta=0} = 0$, $\beta|_{\zeta=0} = 1$, $F|_{\zeta=0} = A_0$.

Полученная система уравнений обладает интегралами движения

$$|\beta|^2 + A^2 = 1 + A_0^2 \quad \text{и} \quad |\beta|^2 + |\alpha|^2 = 1 \quad (A = |F|) \quad (6)$$

Из уравнений (5) и соотношений $\tilde{\alpha} \sim \alpha e^{-2ip\varphi_0}$, $\tilde{\beta} \sim \beta e^{i\varphi_0}$ видно, что в начале взаимодействия кинетическая энергия поперечного движения ($W_{\perp} \sim |\beta|^2$) практически не меняется ($W \sim F\alpha^*(\beta^*)^{2p} + \text{к.с.}, \alpha \neq 0$), а ведущий центр смещается в направлении, зависящем от начальной фазы $\tilde{\alpha} \sim -F(\beta^*)^{2p} e^{-2ip\varphi_0}$, $\beta \approx 1$. При этом из-за неоднородности поля волны нарушается баланс между силами, тормозящими и ускоряющими вращение электрона на разных участках его орбиты ($W \neq 0$, т.к. $\alpha \neq 0$). В результате электроны со всевозможными начальными фазами в равных условиях отдают волне кинетическую энергию своего поперечного движения. Из (6) видно, что КПД этого преобразования $\eta_{\perp} = A^2 - A_0^2$. На рис. 1 показано изменение формы поперечного сечения пучка в процессе взаимодействия. При построении использована вытекающая из (6) формула для поперечных координат электронов

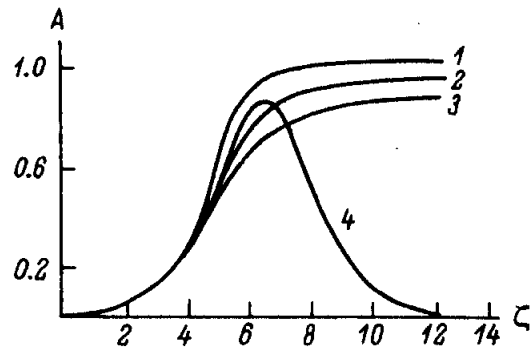
$$z = r_0 \left[\frac{\sqrt{A^2 - A_0^2}}{\sqrt{2\rho}} e^{-2ip\varphi_0} + \sqrt{1 + A_0^2 - A^2} e^{i(\varphi_0 - \omega_c t)} \right]$$

Для нелинейного режима при большом коэффициенте усиления ($A_0 \ll 1$, $A_0 \ll A$), используя (6), можно проинтегрировать систему (5) в квадратурах и найти в неявном виде зависимость амплитуды волны от расстояния

$$\zeta = \int_{A_0^2/4}^{A^2} \frac{dx}{2x \sqrt{(1-x)^{2p} - \left[\frac{\beta}{2} - \epsilon\rho \left(1 - \frac{x}{2}\right)\right]^2}}, \quad (7)$$

откуда для $A \ll 1$, $|\frac{\beta}{2} - \epsilon\rho| < 1$:

Рис. 2. Зависимость амплитуды поля от длины прибора. 1 - $\rho=1$, $\delta=\epsilon=0$ и $\delta=0.3$, $\epsilon=0.1$; 2 - $\rho=2$, $\delta=\epsilon=0$; 3 - $\rho=3$, $\delta=\epsilon=0$; 4 - $\rho=1$, $\delta=0.5$, $\epsilon=0$.



$$A = \frac{1}{2} A_0 e^{\gamma \rho z} , \quad \gamma = \sqrt{1 - (\delta/2 - \epsilon \rho)^2} ; \quad (8)$$

в случае $\delta=0$, $\epsilon \ll 1$

$$\zeta = \ln \frac{2A}{A_0 \sqrt{1-A^2}} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\rho-1} C_{\rho-1}^k \frac{A^{2k}}{k(1-A^2)^k} , \quad (9)$$

где $C_{\rho-1}^k$ - биномиальные коэффициенты; при $\rho=1$:

$$A = \frac{16 \gamma^2 A_0 e^{-\gamma \zeta}}{\sqrt{[(4+2\epsilon^2-\epsilon\delta)A_0^2 + 32\gamma^2 \exp(-2\gamma\zeta)]^2 - 4(4-\epsilon^2)\gamma^2 A_0^4}} . \quad (10)$$

Как показывает анализ соотношений (8)-(10), зависимости амплитуды от расстояния могут быть двух типов: 1) монотонное нарастание $A(\zeta)$ до 1 при $\zeta \rightarrow \infty$; 2) нарастание до некоторого уровня $A_m < 1$, а затем симметричное спадание (рис. 2).¹ Режимы первого типа реализуются при $\rho=1$, $\delta=3\epsilon$, $\epsilon < 2$ и при $\rho > 1$, $\delta=\epsilon=0$, и им соответствует асимптотический КПД $\eta_1=1$.

Таким образом, для получения высокого КПД на основном резонансе ($\rho=1$) при умеренных значениях параметра ϵ не требуется вводить изменение магнитного поля по длине прибора, как это предложено в [1]. Такая мера может оказаться целесообразной только при $\epsilon \geq 1.5$, когда инкремент амплитуды на линейном участке в режиме максимального асимптотического КПД заметно уменьшается

Авторы благодарны Г.Г. Моносову за предоставленную возможность ознакомиться с результатами расчетов на ЭВМ до их публикации.

Л и т е р а т у р а

- [1] G. D ö h l e r, D. G a l l a g h e r, R. M o a t s. The Peniotron: a Fast Wave Device for Ef-

¹ На падающем участке в (10) следует брать отрицательное значение корня.

ficient High Power mm Wave Generation. International Electron Devices Meeting, 1978, Washington, D.C., December, 4-5-6, P. 400-403.

- [2] R.E. H e r b a u g h. Some facts, some finances, some fears, and the future. *Microwaves*, 1979, 18, N 3, p. 43-45.
- [3] S h o i c h i O n o et al. Proceedings of the 4th International congress on Microwave tubes, Scheveningen, 3-7, September, 1962, p. 355-363.
- [4] S h o i c h i O n o et al. Tubes pour hyper-frequencies, *Travaux du 5^e Congres international*, Paris, 14-18, Septembre, 1964, p. 96-115.
- [5] Л.А. В а й н ш т е й н, В.А. С о л н ц е в. Лекции по сверхвысококачественной электронике, лекция 5. „Сов. радио“, М. (1973).

Научно-исследовательский
институт механики и физики
при Саратовском государственном
университете им. Н.Г. Чернышевского

Поступило в Редакцию
16 мая 1980 г.