

**ПЕРИОДИЧЕСКИЕ И СТОХАСТИЧЕСКИЕ
АВТОМОДУЛЯЦИОННЫЕ РЕЖИМЫ
В ЭЛЕКТРОННЫХ ГЕНЕРАТОРАХ
С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ**

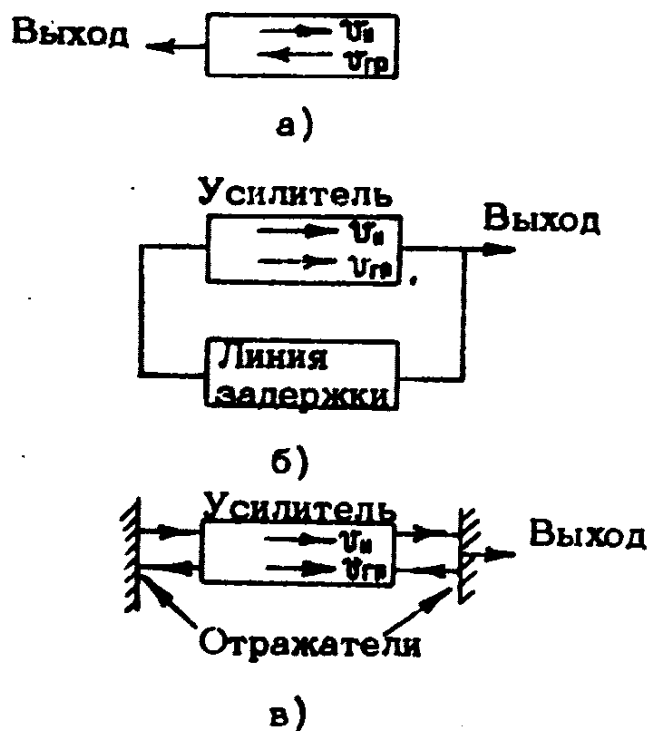
Н.С.Гинзбург, С.П.Кузнецов

ВВЕДЕНИЕ

Согласно современным представлениям теории колебаний [1,2] типичные динамические системы с числом степеней свободы $n > 1,5$ при увеличении параметра, характеризующего степень неравновесности системы, демонстрируют ряд переходов (бифуркаций), в результате которых автоколебания последовательно усложняются. В конечном итоге возникают стохастические автоколебания, обладающие сплошным спектром. Как показано в недавних теоретических [3-10] и экспериментальных [11-17] работах, аналогичная последовательная смена автоколебательных режимов происходит и во многих электронных генераторах с распределенным взаимодействием при увеличении тока пучка.

Автоколебания в электронных генераторах обусловлены взаимодействием электронного пучка с электромагнитным полем при наличии одного из двух механизмов обратной связи. В первом случае (ЛОВ) обратная связь обеспечивается благодаря тому, что направления движения электронного пучка и потока энергии электромагнитной волны противоположны (рис.1,а) и неустойчивость электронного пучка носит абсолютный характер. Во втором случае (резонансные генераторы с внешней запаздывающей обратной связью) прибор пред-

ставляет собой усилитель, выходной сигнал которого частично подается на его вход (рис.1,б,в). В усилителе направление движения электронов совпадает с направлением потока энергии синхронной волны и имеет место конвективная неустойчивость.



Р и с.1. Схематическое изображение ЛОВ (а) и резонансного электронного генератора с внешней (б) и внутренней (в) обратной связью

В данной статье обсуждаются особенности многочастотных режимов колебаний в каждом из указанных выше типов электронных генераторов.

1. ОСНОВНЫЕ МОДЕЛИ

1.1. Элементарная модель

Простейшей моделью электронного генератора может служить замкнутая в кольцо цепочка, состоящая из безынерционного активного нелинейного элемента и линии задержки (рис.1,б)^{*}. Динамика такой модели описывается разностным уравнением [18,19,5].

$$A(t) = f[A(t-T)], \quad (1)$$

где $A(t)$ – амплитуда сигнала, T – время задержки в цепи обратной связи. Нелинейные свойства активного элемента характеризуются функцией $f(A)$, которую аппроксимируем первыми членами ряда Тейлора, представив уравнение (1) в виде

$$A(t) = \lambda [A(t-T) - A^3(t-T)]. \quad (2)$$

Здесь λ имеет смысл коэффициента усиления разомкнутой цепочки в линейном ($A \ll 1$) режиме.

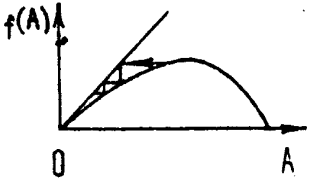
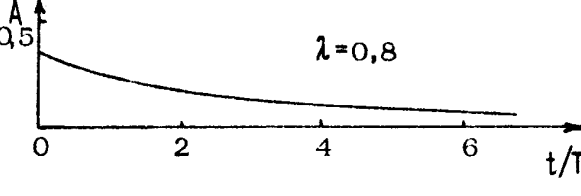
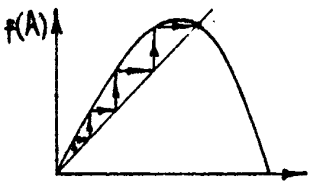
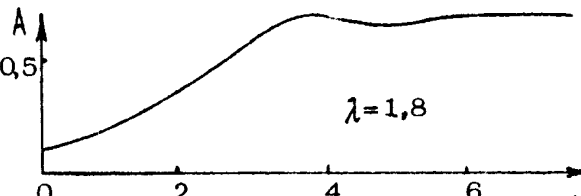
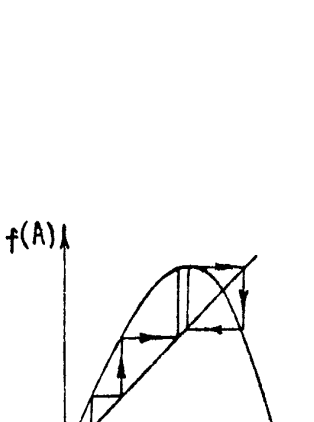
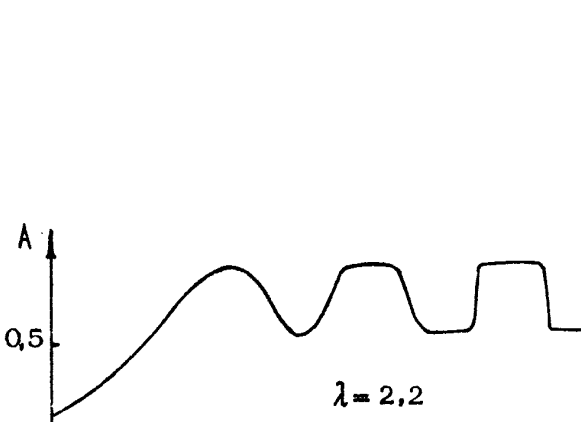
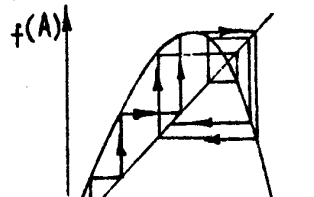
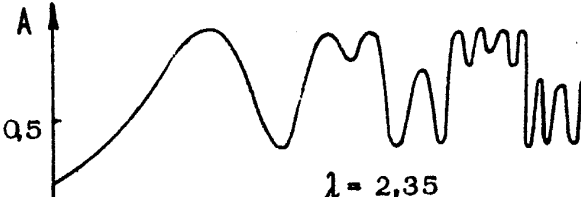
Если сигнал $A(t)$ задан на начальном отрезке времени $0 \leq t < T$, то с помощью формулы (1) можно найти $A(t)$ при любых t :

$$\begin{aligned} A(t_1 + T) &= f[A(t_1)] \\ A(t_1 + 2T) &= f\{f[A(t_1)]\} \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

где t_1 – произвольная точка начального отрезка. Эту процедуру удобно выполнять графически с помощью диаграмм Ламерея. На рисунках в таблице показаны диаграммы Ламерея и зависимости амплитуды сигнала от времени для моде-

^{*} Данная модель применима также к широкому кругу генераторов иной физической природы [18,19].

АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ И БИФУРКАЦИИ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МОДЕЛИ
ЭЛЕКТРОННОГО ГЕНЕРАТОРА (2)

Интервал значений параметра	Диаграмма Ламерея	Зависимость амплитуды от времени и характер установившегося режима
$\lambda < 1$	 <p>$A=0$ – устойчивая точка</p>	 <p>$\lambda=0,8$</p> <p>Автоколебания отсутствуют</p>
$1 < \lambda < 2$	 <p>$A \neq 0$ – устойчивая точка</p>	 <p>$\lambda=1,8$</p> <p>Автоколебания с постоянной амплитудой</p>
$2 < \lambda \leq 2,24$	 <p>Двухтактный цикл</p>	 <p>$\lambda=2,2$</p> <p>Автомодуляция с периодом $2T$</p>
Бесконечная последовательность бифуркаций удвоения периода автомодуляции		
$\lambda > 2,303$	 <p>Последовательность неперiodическая</p>	 <p>$\lambda=2,35$</p> <p>Установившийся режим (даже в статистическом смысле) отсутствует</p>

ли (2) при различных значениях параметра λ . Начальные условия задавались в виде

$$A(t) = \text{const}(\lambda)^{t/T}.$$

Как видно из таблицы, при увеличении параметра λ имеет место последовательность бифуркаций, в результате каждой из которых существовавший ранее режим теряет устойчивость и возникает новый. При $\lambda > 2$ появляется автомодуляция с периодом $2T$ ^{*}. Далее происходят бифуркации удвоения периода автомодуляционных режимов. Согласно Фейгенбауму [20], соответствующая последовательность бифуркационных значений параметра λ_n бесконечна и сходится к пределу λ_{pb} по закону $\lambda = \lambda_{pb} - C(4,669)^{-n}$ универсальному для всех функций $f(A)$ с квадратичным максимумом. Для функции (2) $\lambda_{pb} = 2,3$, $C = 0,83$.

При $\lambda > \lambda_{pb}$ последовательность $A_n = A(t_1 + nT)$, получаемая из диаграммы Ламерея, демонстрирует стохастическое поведение [6]. Однако в рамках элементарной модели установившийся в статистическом смысле режим автоколебаний отсутствует. Действительно, пусть t_1 и $t_2 = t_1 + \varepsilon$ две точки начального отрезка времени, причём $\Delta = |A(t_1) - A(t_2)| \neq 0$. Из-за присущей стохастическому режиму неустойчивости через некоторое число циклов N обязательно будем иметь $|A(t_1 + NT) - A(t_2 + NT)| \sim 1$. (Вообще говоря, чем меньше ε , тем меньше Δ и тем больше N). Следовательно, при $t \sim NT$ характерный временной масштаб сигнала $T_{x\lambda}$ не превышает ε . Проводя это рассуждение для все меньших и меньших ε , убеждаемся, что величина $T_{x\lambda}$ должна неограниченно уменьшаться с течением времени (см. таблицу).

* Под автомодуляцией здесь и далее понимается такой режим работы генератора, при котором его выходной сигнал промодулирован по амплитуде и (или) фазе, причем параметры модуляции — форма, частота, спектр — определяются самой системой и не зависят от изменения (по крайней мере, небольшого) начальных условий. В соответствии с определением [21] это частный случай автоколебательного режима.

Дело в том, что в пренебрежении релаксационными процессами активный элемент имеет бесконечно широкую полосу усиления. В реальном генераторе описанное выше "дробление масштаба" сигнала прекратится, когда $T_{\text{длр}}$ сравняется по порядку величины с временем релаксации активного элемента $T_{\text{рел}}$ и соответственно ширина спектра сигнала окажется соизмеримой с шириной полосы усиления.

При учете релаксации связь входного и выходного сигналов активного элемента становится нелокальной: значение выходного сигнала в некоторый момент времени определяется значениями на входе в интервале времени порядка $T_{\text{рел}}$. Для выяснения механизмов релаксации активного элемента необходимо обратиться к конкретным моделям электронных генераторов.

1.2. Модель электронного генератора с инерционным механизмом группировки пучка

Взаимодействие электронного пучка с полем волны медленно меняющейся амплитуды $E = \text{Re} \{ \mathcal{E}(z, t) \exp[i(\omega t - k_{\parallel} z)] \}$ в генераторах с инерционной группировкой частиц [22] (приборы типа "О") можно описать следующей системой самосогласованных уравнений [3, 23]:

$$\left(\frac{1}{v_{\parallel}} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 \theta = \chi_1 \text{Re} [\mathcal{E} \exp(i\theta)], \quad (3)$$

$$\left(\frac{1}{v_{\text{гр}}} \frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial z} \right) \mathcal{E} = \chi_2 \mathcal{J}, \quad \mathcal{J} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-i\theta) d\theta_0. \quad (4)$$

Здесь θ - фаза электрона относительно волны, удовлетворяющая граничным условиям

$$\theta|_{z=0} = \theta_0 \in (0, 2\pi), \quad \left(\frac{1}{v_{\parallel}} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \right) \theta|_{z=0} = 0, \quad (5)$$

χ_1 и χ_2 - постоянные коэффициенты, причем коэффициент χ_2 пропорционален току пучка; v_{\parallel} - продольная составляющая скорости пучка на входе в пространство взаимодействия, $v_{\text{гр}}$ - групповая скорость волны на несущей частоте ω .

Знак "-" в уравнении (4) соответствует генератору обрат-

ной волны. Граничное условие для поля в этом случае выражает отсутствие сигнала на коллекторном конце пространства взаимодействия $z = L$:

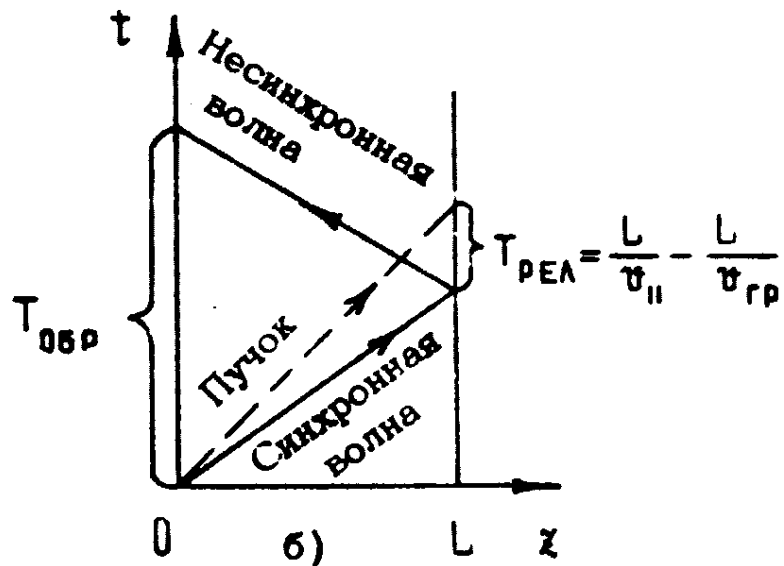
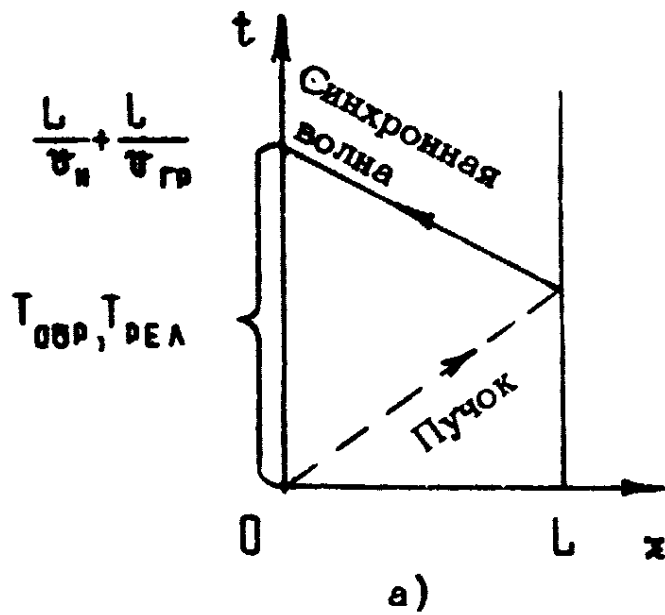
$$\mathcal{E}(L, t) = 0. \quad (6)$$

Знак "+" соответствует усилителю прямой волны. При наличии цепи обратной связи с комплексным коэффициентом передачи K и полным временем задержки T граничное условие определяет входной сигнал усилителя через выходной, взятый в запаздывающий момент времени:

$$\mathcal{E}(0, t) = K\mathcal{E}(L, t - T). \quad (7)$$

Уравнения (3), (4) применимы [22] к черенковским ЛБВ и ЛОВ типа "О", МЦР, убитрону, скаттрону, если обобщенный параметр Пирса $\zeta = (v_e/\omega)(\chi_1\chi_2/2)^{1/3}$ достаточно мал. Благодаря этому условию, во-первых, оправдано применение метода медленно меняющихся амплитуд и пренебрежение зависимостью групповой скорости от частоты в спектральном интервале сигнала, во-вторых, оказывается малым изменение энергии электронов в процессе их взаимодействия с волной. Последнее позволяет считать, что обобщенное ускорение частицы $d^2\mathcal{E}/dt^2$ прямо пропорционально действующему на нее полю.

В рамках рассматриваемой модели характерный масштаб нелокальности и соответствующее ему время релаксации активного элемента (электронный пучок - электромагнитная волна) определяются относительным движением пучка и волны, т.е. отличием поступательной скорости электронов v_e от групповой скорости волны v_{gr} . Чтобы убедиться в этом, построим характеристики системы уравнений (3), (4) на плоскости z, t : $z = v_e t + (0 \leq z \leq L)$ (пучок) и $z = \pm v_{gr} t + (0 \leq z \leq L)$ (волна). Как видно из рис.2,а, в случае ЛОВ значение амплитуды поля в момент времени $t = \frac{L}{v_e} + \frac{L}{v_{gr}}$ скоррелировано при посредстве электронного пучка со значениями поля в интервале времени $0 < t < \frac{L}{v_e} + \frac{L}{v_{gr}}$. Следовательно, в ЛОВ характерное время релаксации.



Р и с.2. Пространственно-временные диаграммы, поясняющие характерный временной масштаб нелокальности для ЛОВ (а) и резонансного электронного генератора (б)

$T_{РЕЛ} = \frac{L}{v_{н}} + \frac{L}{v_{гр}}$ совпадает с временем прохождения сигнала по петле обратной связи. В случае усилителя попутной волны (и соответственно резонансного генератора) время релаксации составляет $T_{РЕЛ} = \frac{L}{v_{н}} - \frac{L}{v_{гр}}$ (рис.2,б) и существенно отличается от времени прохождения сигнала по

петле обратной связи $T_{обр}^*$.

Поскольку в ЛОВ фактически имеется один временной масштаб, а в резонансных генераторах таких масштабов два, то динамика последних оказывается более разнообразной, чем динамика ЛОВ.

2. АВТОМОДУЛЯЦИОННЫЕ РЕЖИМЫ В ЛОВ

2.1. Перегруппировка электронов и автомодуляция

Рассмотрим сначала простой для анализа случай, когда динамика ЛОВ описывается элементарной моделью п.1.1. Предположим, что взаимодействие пучка с полем сосредоточено на двух коротких участках системы – вблизи точек $x=0$ и $x=L$, и представим $x_{1,2}$ в уравнениях (3) и (4) в виде $x_{1,2} = (\hat{x}_{1,2} L/2) [\delta(x) + \delta(x-L)]$. После интегрирования в (3) и (4) с учетом того, что $\theta = \theta_0$ при $x < 0$ и $\mathcal{E} = 0$ при $x > L$, получим разностное уравнение

$$\hat{A}(t+T) = - \frac{i\mathcal{L}^3}{2} \frac{J_1(|\hat{A}(t)|)}{|\hat{A}(t)|} \hat{A}(t), \quad (8)$$

где $\hat{A} = \frac{1}{2} \hat{x}_1 L^2 \mathcal{E}$, $\mathcal{L} = (\omega/v_{gr}) C L$, $T = L v_{gr}^{-1} + L v_{gr}^{-1}$. Полагая $\lambda = \mathcal{L}^3/4$, $A = 2\sqrt{2} |\hat{A}|$ и ограничиваясь первыми членами разложения функции Бесселя $J_1(A)$ в ряд Тейлора, приходим к уравнению (2). Таким образом, все перечисленные в таблице режимы реализуются в данной модели ЛОВ. Генерация возникает при $\mathcal{L} > 1,6$, а автомодуляция с периодом $2T$ – при $\mathcal{L} > 1,8$. Происхождение автомодуляции связано с наличием падающего участка в зависимости амплитуды высокочастотного тока $\sim J_1(|\hat{A}|)$ от параметра группирования $|\hat{A}|$, т.е. с перегруппировкой электронного пучка.

*) Период обращения волны $T_{обр}$ включает в себя наряду с временем задержки в цепи обратной связи T время прохождения сигнала по активному элементу.

Для получения более убедительных и точных результатов необходимо обратиться к численному решению уравнений (3), (4).

2.2. Численные результаты

Введем для удобства безразмерную координату $\xi = \frac{\omega}{v_{||}} z$, "запаздывающее" время $\tau = \frac{\omega}{v_{||}} \left[\left(\frac{1}{v_{||}} + \frac{1}{v_{gp}} \right)^{-1} (t - z/v_{||}) \right]$ и нормированную комплексную амплитуду волны $F = \frac{v_{||}^2}{\omega^2} \chi_1 L^{-2} \mathcal{E}$. В новых переменных уравнения (3), (4) принимают вид [3]

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = \text{Re} [F \exp(i\theta)], \quad (9)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \xi} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-i\theta) d\theta_0 \quad (10)$$

с граничными и начальными условиями

$$\theta \Big|_{\xi=0} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0, \quad F \Big|_{\xi=L} = 0, \quad (11)$$

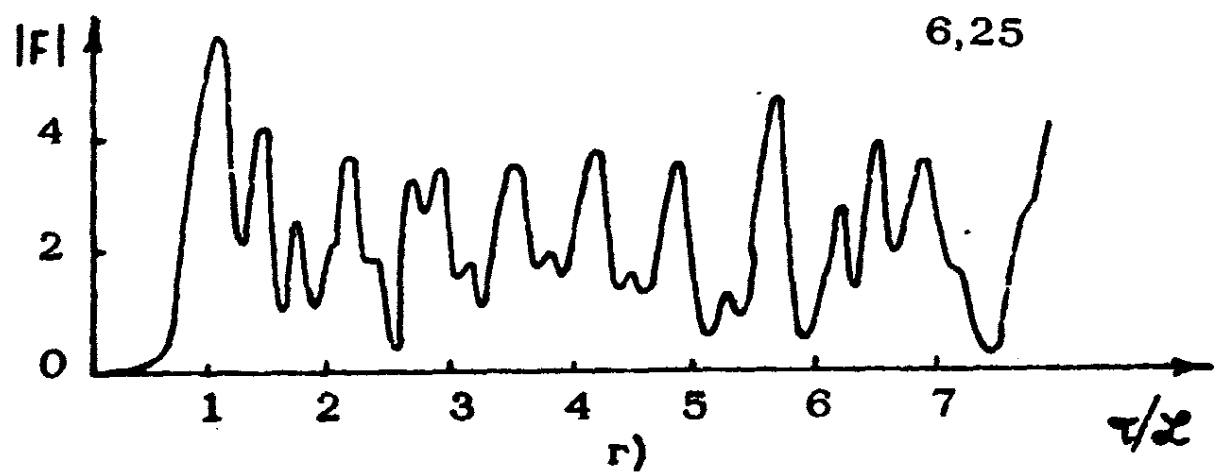
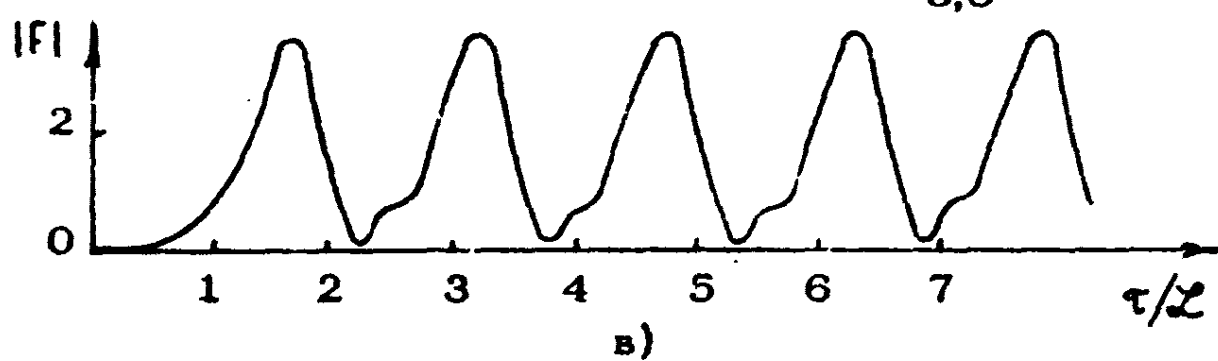
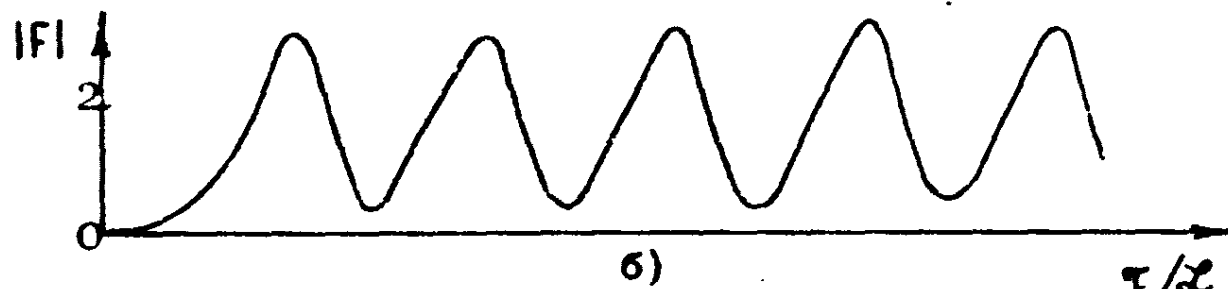
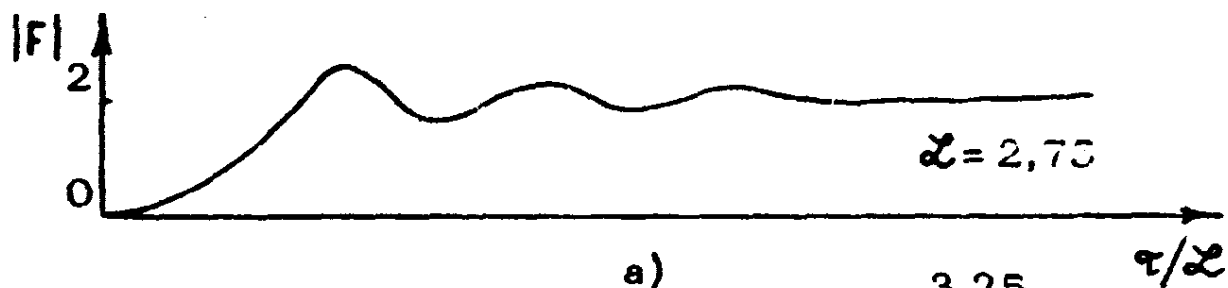
$$F \Big|_{\tau=0} = F^0(\xi). \quad (12)$$

Нелинейная краевая задача (9)–(11) содержит единственный свободный параметр $\mathcal{L} = \frac{\omega}{v_{||}} L$, от величины которого только и зависит характер реализующего режима.

Невозбужденное состояние $F=0$ является устойчивым при малых \mathcal{L} и теряет устойчивость для $\mathcal{L} > 1,97$ [24]. Как показывает численное решение задачи (9)–(11), для значений \mathcal{L} в интервале от 1,97 до 2,9 устанавливается режим с постоянной амплитудой и частотой сигнала: $F = \varphi(\xi) \exp(-i\Omega\tau)$, $\Omega = \Omega(\mathcal{L})$ (рис.3,а). При $\mathcal{L} > 2,9$ появляется автомодуляция сигнала по амплитуде и фазе (рис.3,б,в):

$F = f(\xi, \tau) \exp(-i\Omega\tau)$, где f – периодическая функция τ . Период автомодуляции составляет $\Delta\tau \approx 1,5 \mathcal{L}$ или в размерном виде $T_{AM} \approx 1,5 \left(\frac{L}{v_{||}} + \frac{L}{v_{gp}} \right)$.

Специальным численным экспериментом [26] показано, что при $\mathcal{L} > 2,9$ стационарный



Р и с.3. Зависимости амплитуды выходного сигнала ЛОВ от времени, полученные при численном моделировании процесса установления колебаний для различных значений нормированной длины L

одночастотный режим неустойчив относительно малых возмущений. В результате нарастания этих возмущений устанавливается режим автомодуляции.).

Полученные данные находятся в качественном соответствии с предсказаниями элементарной модели (п.2.1). Замечание о природе автомодуляции, сделанное в п.2.1, согласуется с наблюдаемой в численном эксперименте динамикой распределения поля и тока по длине ЛОВ [3].

При дальнейшем увеличении параметра \mathcal{L} автомодуляция становится более глубокой, а затем, начиная с $\mathcal{L} \approx 5,5$ — стохастической (рис.2) [3,4]. Длительность рассчитанных реализаций, по-видимому, достаточна для того, чтобы можно было говорить об установлении стационарного в статистическом смысле режима колебаний. По крайней мере, усредненные за интервал времени $(\tau, \tau + \tau^*)$ квадрат амплитуды $|F|^2$ и скорость изменения фазы сигнала практически не зависят от τ , если τ^* имеет порядок нескольких \mathcal{L} , и τ не слишком мало. Функция распределения амплитуд в этом режиме близка к релейской [4]. Интересно отметить, что величина $|F|^2$ не уменьшается с ростом параметра \mathcal{L} . Поэтому электронный КПД ЛОВ, который пропорционален $\int |F|^2$, должен монотонно увеличиваться с ростом тока. Стационарная теория [25] предсказывала уменьшение $|F|^2$ начиная с $\mathcal{L} \approx 2,8$. Ошибочность данного результата связана с тем, что в этой области реализуется не одночастотный, а автомодуляционный режим.

Поведение ЛОВ-генератора качественно не изменяется при учете потерь в электродинамической системе или умеренного разброса электронов по начальным энергиям. В обоих случаях эффект сводится к некоторому увеличению пороговых значений параметра \mathcal{L} и уменьшению уровня выходного сигнала [4].

2.3. Взаимосвязь стохастичности и неустойчивости фазовых траекторий

Согласно [1,2] стохастические автоколебания в динамических системах связаны с существованием в фазовом пространстве системы странного аттрактора — сложного объекта,

к которому притягиваются фазовые траектории. "Странность" его состоит в том, что все или почти все принадлежащие ему траектории неустойчивы. Поясним это более подробно на примере ЛОВ.

Предположим, что $F^0(\mathcal{L}, \tau)$ - некоторое решение уравнений (9)-(11), которому соответствует принадлежащая аттрактору фазовая траектория. Рассмотрим близкое к нему решение тех же уравнений $F(\mathcal{L}, \tau) = F^0(\mathcal{L}, \tau) + \tilde{F}(\mathcal{L}, \tau)$, отвечающее немного другим начальным условиям. Тогда норма возмущения $\tilde{F}(\mathcal{L}, \tau)$ нарастает во времени в среднем по экспоненциальному закону, т.е.

$$\|\tilde{F}(\mathcal{L}, \tau)\| \approx \left[\int_0^{\tau} |\tilde{F}(\mathcal{L}, \tau)|^2 d\mathcal{L} \right]^{1/2} = O(e^{h\tau}). \quad (13)$$

Величина h (в физической литературе называется энтропией Колмогорова [1,2]) - количественная характеристика, показывающая, насколько сильной является стохастичность.

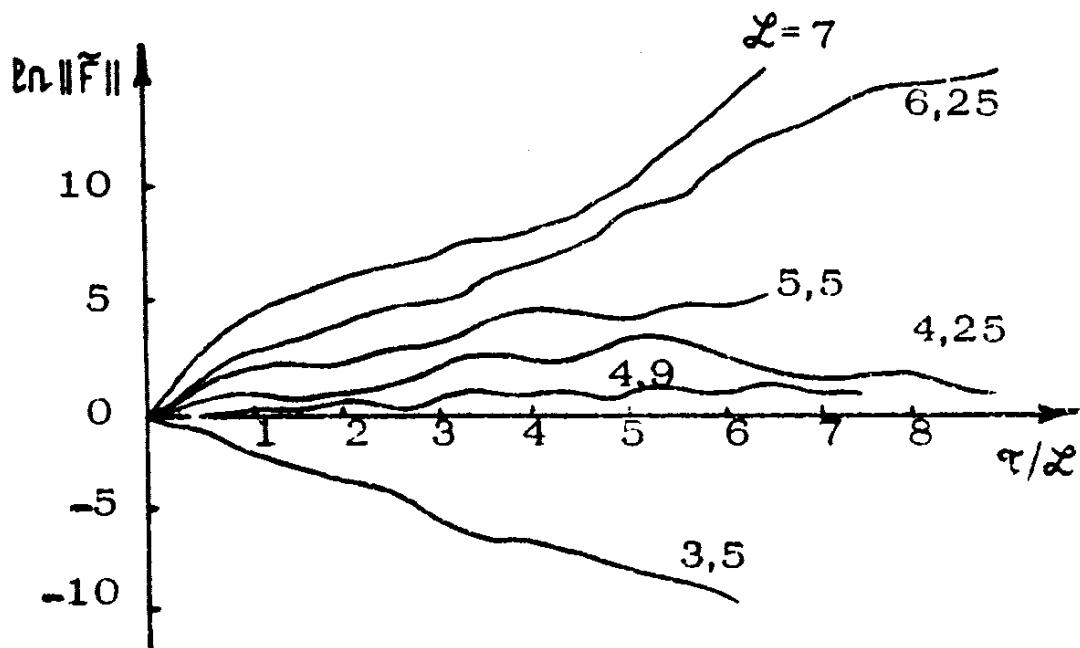
На рис.4 показаны полученные в численном эксперименте [4] зависимости величины $\ln \|\tilde{F}\|$ от времени при различных значениях параметра \mathcal{L} *). Закон изменения возмущений действительно близок к экспоненциальному. Инкремент нарастания (энтропия Колмогорова) становится положительным при $\mathcal{L} \geq 5,5$ (это соответствует появлению стохастичности) и возрастает с увеличением \mathcal{L} (для $\mathcal{L} = 7$, $h\mathcal{L} \approx 2$). Таким образом, результаты численного эксперимента свидетельствуют в пользу того, что стохастичность в ЛОВ обусловлена наличием странного аттрактора.

2.4. Экспериментальные результаты

Экспериментальное исследование динамики ЛОВ-генератора [4,14,15,26-28] было проведено на специальных лабораторных макетах, которые позволяли получать значения параметра \mathcal{L} от 0 до 10-12 при удовлетворительном выполнении предположений, сформулированных в п.1.2. От тра-

*) Для устранения накапливающейся вычислительной погрешности в процессе расчетов из возмущения исключались добавки, сводящиеся к тривиальному сдвигу исходного решения F^0 по времени и фазе [4].

диционных нерелятивистских ЛОВ макеты отличались большой эффективной длиной $\frac{\omega}{c} L \geq 150$ и большим поперечным сечением пучка.

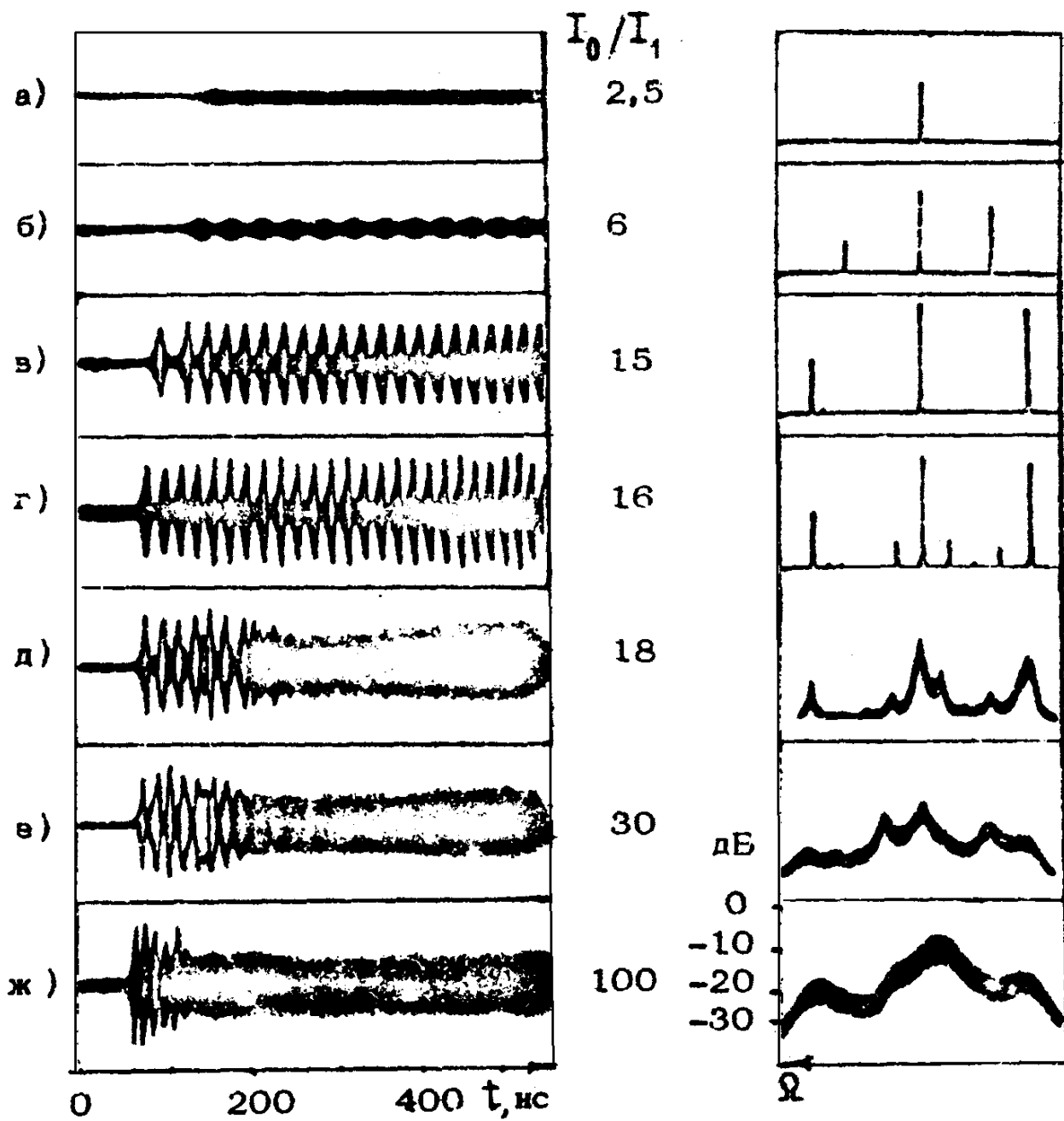


Р и с.4. К анализу устойчивости фазовых траекторий

Изменение характера переходных и установившихся режимов при увеличении тока пучка I и постоянном напряжении U иллюстрируется рис.5 и 6. На рис.5 приведены осциллограммы огибающей выходного сигнала ЛОВ в режиме установления колебаний^{*}; они находятся в замечательном соответствии с результатами расчетов на ЭВМ (см.рис.3). На рис.6 показаны спектры выходного сигнала в режимах непрерывной генерации при тех же самых величинах тока.

Генерация монохроматического сигнала (традиционный

^{*} Осциллограммы получены в режиме периодического следования импульсов; каждая из них образована наложением большого числа реализаций переходного процесса. В качестве "затравочного" использовался слабый монохроматический сигнал, подаваемый на коллекторный конец лампы. Уровень этого сигнала был на несколько порядков выше дробового шума и на несколько порядков ниже амплитуды развитых автоколебаний.



Р и с.5. Осциллограммы переходного процесса в экспериментальном макете ЛОВ при фиксированном напряжении и различных отношениях тока пучка I к стартовому значению I_0 ,

Р и с.6. Спектры выходного сигнала ЛОВ в установившемся режиме при значениях тока и напряжения, соответствующих рис.5

режим ЛОВ) существовала в интервале токов $I_1 < I < I_2$ (см.рис.5,а и 6,а). При $I_2 < I < I_3$ реализовались много-частотные автоколебания с дискретным эквидистантным спектром – режимы периодической автомодуляции (рис.5,б, 6,в). При небольшой надкритичности $I - I_2$ период автомодуляции T_{AM} точно совпадал с расчетным; с ростом тока он несколько уменьшался. В интервале $0,9I_3 < I < I_3$ регистрировался обычно ряд бифуркаций с появлением слабой дополнительной модуляции с периодом NT_{AM} (N – целое число, изменявшееся в зависимости от напряжения, условий встрела пучка и согласования лампы), (см.рис. 5 и 6, г).

При $I > I_3$ возникали колебания со сплошным спектром (рис.5 и 6, д–ж). Если рассмотреть любую спектральную линию, существовавшую при $I < I_3$, то для $I > I_3$ сосредоточенная в ней мощность перераспределялась в частотном интервале, ширина которого увеличивалась с ростом надкритичности $I - I_3$. При этом повышался также уровень шума на участках спектра, не содержащих при $I < I_3$ дискретных составляющих. На экране анализатора спектра переход выглядел как “расплывание” дискретных линий с постепенным сглаживанием сначала тонкой, а потом все более грубой структуры спектра.

Критические значения тока I_1, I_2, I_3 , при которых наблюдалась смена характера автоколебаний, зависели от напряжения. На рис.7 на плоскости параметров U, I показаны области существования различных режимов. Тот факт, что все границы раздела на этом рисунке проходят вдоль линий $\mathcal{L} = \text{const}$, является экспериментальным подтверждением закона подобия, справедливого в рамках рассмотренной теоретической модели. Более того, бифуркационные значения параметра \mathcal{L} близки к рассчитанным на ЭВМ. Поэтому естественно заключить, что все наблюдаемые режимы обусловлены факторами, “заложенными” в теоретическую модель. Отметим, что все бифуркации были “мягкими”, гистерезис не наблюдался. Генерируемая мощность и электронный КПД монотонно увеличивался с ростом тока во всей исследованной области.

Обратим внимание на то, что при установлении одночастотного режима и режимов периодической автомодуляции

осциллограмма переходного процесса является четкой на всем протяжении. При установлении стохастических режимов четко просматривается только начальный участок осциллограммы, а дальше она размазывается (рис.5, д-ж). Последнее свидетельствует о неустойчивости реализующейся фазовой траектории.



Р и с. 7. Области различных режимов на плоскости напряжения – ток пучка для одного из экспериментальных макетов. Показаны линии равных значений параметра Z

Очевидно, имеющиеся в системе микрофлуктуации малы на начальном участке процесса. Затем вызванные ими возмущения нарастают, и в конце концов различия между реали-

зациями переходного процесса, наложением которых образована осциллограмма, становятся макроскопическими и заметными на глаз. Считая, что начальный уровень флуктуаций F_H обусловлен дробовым эффектом, можно оценить энтропию Колмогорова:

$$H \sim -\frac{1}{\mathcal{L}\Delta t} \left(\frac{L}{v_s} + \frac{L}{v_{ra}} \right) \ln |F_H|,$$

где Δt — интервал времени от начала нелинейной стадии процесса до момента размазывания осциллограммы $|F_H| \sim 10^{-4}$. Отсюда получается для $\mathcal{L} = 7$ $H\mathcal{L} \sim 2$, для $\mathcal{L} = 10$ $H\mathcal{L} \sim 3,0$. Эти оценки разумно согласуются с результатами численного эксперимента.

Совокупность изложенных теоретических и экспериментальных результатов позволяет с достоверностью утверждать, что наблюдаемые автомодуляционные режимы (в том числе и стохастические) обусловлены собственной сложной динамикой системы электронный пучок — обратная волна. Как оказывается, ЛОВ демонстрирует поведение, типичное для широкого круга распределенных динамических систем [1,2], и может служить удобным объектом для изучения соответствующих общих закономерностей.

2.5. Влияние дополнительных факторов на автомодуляцию в ЛОВ на индуцированном черенковском излучении

Высокочастотное поле пространственного заряда [4,27].

При учете кулоновского взаимодействия зарядов в рамках простейшей модели бесконечно широкого пучка уравнение движения электронов принимает вид

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \operatorname{Re} \left(F e^{i\theta} - 4QC \sum_{m=1}^{\infty} \frac{i J_m}{m} e^{im\theta} \right), \quad (14)$$

где $\mathcal{J}_m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{im\theta} d\theta$, $4QC = (\omega_p / \omega_c)^2$ - параметр пространственного заряда, ω_p - плазменная частота пучка. Далее нам будет удобно пользоваться параметром $Q = 2\pi QC / \omega_c^2$ не зависящим от тока пучка.

Общая картина поведения ЛОВ при существенном влиянии пространственного заряда была выяснена на основании дополняющих друг друга результатов решения системы уравнений (10) и (14) на ЭВМ и экспериментов с нерелятивистскими ЛОВ. На рис.8 схематически показана конфигурация областей различных режимов на плоскости параметров (Q, \mathcal{L}) ; видно, что для $Q < Q_1$ последовательность режимов, наблюдаемая при увеличении параметра \mathcal{L} (т.е. при увеличении тока пучка) такая же, как в кинематическом случае п.2.2,



Рис.8. Схематическое изображение конфигурации областей различных режимов ЛОВ на плоскости: параметр пространственного заряда Q - нормированная длина \mathcal{L}

При $Q_1 < Q < Q_2$ имеет место двукратное чередование одночастотного и автомодуляционного режимов. Если же $Q > Q_2$, то область одночастотного режима простирается до значений

тока, примерно в 20 раз превышающих стартовый. При этом мощность и КПД, достижимые в одночастотном режиме, намного больше, чем в кинематическом случае. Отсутствие автомодуляции в рабочем интервале токов большинства серийных ЛОВ связано именно с тем, что в них $Q > Q_2$ [27].

Если потери в электродинамической системе отсутствуют, то Q_1 и Q_2 приблизительно равны 0,7 и 1,2 соответственно. При наличии потерь Q_1 и Q_2 уменьшаются (для уровня потерь 4 дБ – примерно в два раза).

Подавление автомодуляции пространственным зарядом обусловлено тем, что кулоновское расталкивание сгустков мешает перегруппировке электронного пучка, с которой связано возникновение автомодуляции.

Изменение массы электронов в процессе взаимодействия в ультрарелятивистской ЛОВ [3]. Для ультрарелятивистской ЛОВ можно провести обобщение уравнений (9), (10) на случай, когда $\zeta \sim \gamma_0^{-2}$, где $\gamma = \frac{\mathcal{E}}{mc^2}$ – отношение энергии электрона к энергии покоя^{*}). Такое соотношение параметров приводит к тому, что, несмотря на малое изменение скорости электронов $\Delta V_{||} \sim V_{||}$ в процессе взаимодействия, их энергия (а значит и масса) изменяется значительно ($\Delta \gamma \sim \gamma_0$); при этом КПД ЛОВ велик, невзирая на малость параметра Пирса ζ . В данном случае уравнение движения принимает вид

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} = \left(1 + \nu \frac{\partial \theta}{\partial \zeta}\right)^{3/2} \operatorname{Re}(F e^{i\theta}), \quad (15)$$

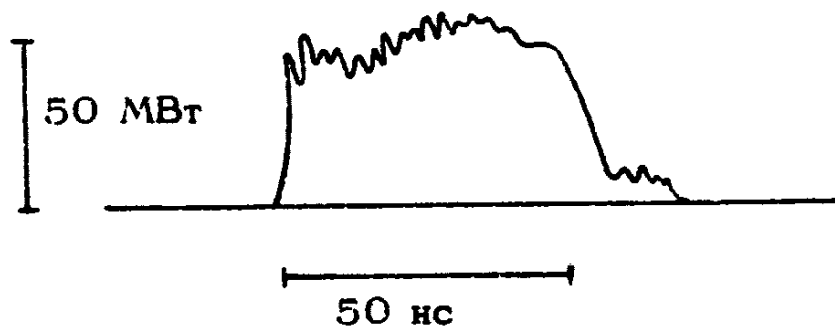
где $\nu = 2 \zeta \gamma_0^2$. Численное решение системы уравнений (10) и (15) показывает, что с ростом параметра ν пороговое для режима автомодуляции значение ζ существенно уменьшается. Таким образом, автомодуляционные режимы должны быть типичными и для ультрарелятивистских ЛОВ с высоким КПД.

На рис.9 приведена экспериментальная осциллограмма импульса излучения релятивистской ЛОВ. [29]. На ней достаточно четко прослеживаются колебания амплитуды выход-

^{*}) Условие применимости уравнения (9) является более жестким: $\zeta \ll \gamma_0^{-2}$.

ного сигнала, которые можно объяснить эффектом автомодуляции.

В заключение этого раздела заметим, что автомодуляционные режимы свойственны не только генераторам с инерционной группировкой. В ЛОВ на индуцированном циклотронном излучении в условиях аномального эффекта Доплера [30] (прибор с силовой группировкой) периодические и стохастические автомодуляционные режимы оказались даже более типичными, чем одночастотные колебания (численный эксперимент [9]). С другой стороны, в кинематической модели ЛОВ типа М никаких других режимов, кроме одночастотного, обнаружено не было [23].



Р и с.9. Экспериментальная осциллограмма импульса излучения релятивистской ЛОВ

3. АВТОМОДУЛЯЦИОННЫЕ РЕЖИМЫ В РЕЗОНАНСНЫХ ГЕНЕРАТОРАХ

3.1. Два типа автомодуляции в резонансных генераторах

Резонансному генератору присущи два характерных временных масштаба: время прохода возмущений по кольцу обратной связи $T_{обр}$ и время релаксации активного элемента $T_{всл}$. С каждым из этих времен связан свой механизм автомодуляции.

Если пренебречь временем релаксации активного элемента, что в рамках уравнений (3);(4) соответствует равенству групповой скорости волны $v_{гр}$ и скорости электронов v_n , то динамика резонансного генератора может быть описана элементарной моделью п.1.1. При этом в уравнении (1) следует положить $f(A) = K \hat{f}(A)$, где $\hat{f}(A)$ — определяемая из стационарной теории зависимость амплитуды поля на выходе от амплитуды поля на входе усилителя. Автомодауляция возникает, если функция $\hat{f}(A)$ имеет падающий участок достаточно большой крутизны. Период этой автомодауляции определяется временем прохождения возмущений по цепи обратной связи:

$$T_{AM} \approx 2NT_{обр}. \quad (16)$$

Как нетрудно видеть из таблицы, в автомодауляционных режимах изменение амплитуды волны за один проход по резонатору (одна ступенька на диаграмме Ламерея) достаточно велико. Поэтому рассматриваемый механизм автомодауляции, обусловленный наличием падающего участка амплитудной характеристики $\hat{f}(A)$, свойственен генераторам с низкодобротными резонаторами (коэффициент передачи K существенно меньше единицы), где он реализуется при умеренных превышениях тока над порогом [5,6,11,12].

В то же время в генераторах с высокодобротными резонаторами ($K \approx 1$), в которых при умеренном превышении тока над порогом изменение амплитуды волны за один проход мало, рассматриваемый механизм автомодауляции отсутствует. Действительно, представим уравнение (1) в виде

$$A_{n+1} - A_n = -(1-K)A_n + K[\hat{f}(A_n) - A_n], \quad (17)$$

и, учитывая малость изменения амплитуды за один проход

$|A_{n+1} - A_n|/A_n \ll 1$, перейдем от уравнения в конечных разностях к дифференциальному

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} + \frac{\omega}{2Q} A = \frac{K}{T_{обр}} [\hat{f}(A) - A], \quad (18)$$

где вместо дискретной переменной n — номера прохода — введено медленное время $\tau = nT_{обр}$, $Q = \omega T_{обр}/2(1-K)$ — доброт-

ность резонатора. Уравнение (18), очевидно, не имеет осциллирующих решений.

Оказывается, однако, что в генераторах с высокочастотными резонаторами легко возникает автомодуляция другого типа [7,8], не описываемая элементарной моделью. Она обусловлена инерционными свойствами активного элемента: электронный пучок – электромагнитная волна, а характерный временной масштаб ее есть T_{PEA} .

3.2. Нестационарные уравнения генератора с высокочастотным резонатором

Для исследования автомодуляции второго типа целесообразно перейти к медленному времени τ непосредственно в уравнениях (3),(4). Предварительно представим эти уравнения в новых переменных z и $\xi = l - z/v_{gr}$

$$\frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial z} = \chi_2 J; \left[\frac{\partial}{\partial z} + \left(\frac{1}{v_n} - \frac{1}{v_{gr}} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \right]^2 \mathcal{E} = \text{Re} \left[\chi_1 \mathcal{E} e^{i\theta} \right]. \quad (19)$$

Интегрируя уравнение для амплитуды огибающей вдоль характеристики волны $\xi = \text{const}$ и учитывая граничное условие (7), получим соотношение, связывающее значение амплитуды волны $\mathcal{E}_n(z, \xi)$ на двух соседних проходах

$$\mathcal{E}_{n+1}(0, \xi) - \mathcal{E}_n(0, \xi) = -(1-K)\mathcal{E}_n + K \int_0^L \chi_2 J_n dz. \quad (20)$$

Соответственно в дифференциальной форме имеем

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \tau} + \frac{\omega}{2Q} \mathcal{E} = \frac{K}{T_{06P}} \int_0^L \chi_2 J dz, \quad (21)$$

где $\tau = n T_{06P} = n 2L/v_{gr}$ – медленное время.

Согласно (21) изменение амплитуды волны на данной характеристике определяется соотношением двух процессов: потерь в цепи обратной связи и усилением (поглощением), вносимым электронным пучком. Для вычисления ответственного за второй процесс "интеграла столкновений" – правая часть уравнения (21) – необходимо из уравнений движения частиц найти электронный ток $J(x, \xi, \tau)$, наведенный ВЧ

полем. Решение уравнений движения электронов, пользуясь малостью изменения амплитуды волны на одном проходе, можно проводить в заданном поле $\mathcal{E}(\xi, \tau)$, пренебрегая явной зависимостью \mathcal{E} от x . В результате, переходя к безразмерным переменным

$$F = \frac{v_{||}^2}{\omega^2} \chi_1 D^{-2} \mathcal{E}, \quad \hat{z} = \frac{\omega D}{v_{||}} z, \quad \hat{\xi} = \frac{\omega}{v_{||}} D \left(\frac{1}{v_{||}} - \frac{1}{v_{gp}} \right)^{-1} \xi,$$

$$\hat{\tau} = \frac{\omega \tau}{2Q}, \quad \hat{L} = \frac{\omega D}{v_{||}} L, \quad D = \frac{v_{||}}{\omega} \left(\frac{\chi_1 \chi_2 K}{1-K} \right)^{1/3},$$

получим следующую самосогласованную систему нестационарных уравнений резонансного генератора [7,8] (знак \wedge далее опускаем)

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} + F = \int_0^L \mathcal{E} \mathcal{J} dz, \quad (22)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \xi} \right)^2 \theta = \text{Re} \left[\mathcal{E} F \exp(i\theta) \right], \quad (23)$$

где функция $\mathcal{E}(z)$ описывает зависимость величины связи пучка с волной от продольной координаты.

Граничные условия для электронов определяются условиями

$$\theta|_{z=0} = \theta_0, \quad \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \xi} \right) \theta \Big|_{z=0} = \delta. \quad (24)$$

Здесь δ - расстройка синхронизма между электронами и волной на несущей частоте, причем в отличие от п.1.2 в качестве несущей выбрана частота одной из собственных мод "холодного" резонатора.

Граничным условием для волны является условие цикличности

$$F(\xi, \tau) = F(\xi + T_{\text{обв}}, \tau), \quad (25)$$

где $T_{\text{обв}} = \frac{\omega}{v_{||}} D \left(\frac{1}{v_{||}} - \frac{1}{v_{gp}} \right)^{-1} \frac{2L}{v_{gp}}$ - безразмерный период обращения волны.

Условие цикличности (25) позволяет, разложив $F(\xi, \tau)$ в ряд Фурье, представить ВЧ поле как сумму мод

$$F(\xi, \tau) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} F_s(\tau) \exp(-i \Delta_s \xi) \quad (26)$$

волн с пространственно-однородной амплитудой и эквидистантным спектром $\Delta_s = \frac{2\pi}{T_{обр}} s$. Очевидно, уравнения (22), (23) всегда допускают решения вида $F = F_s(\tau) \exp(-i \Delta_s \xi)$, соответствующие режиму одномодовой генерации. Для комплексной амплитуды s -моды из (22), (23) получаем уравнения, совпадающие с известными уравнениями модового подхода

$$\frac{dF_s}{d\tau} + F_s = \int_0^l \alpha \tilde{j} e^{i\Delta_s x} dx, \quad \frac{d^2 \psi}{dx^2} = \operatorname{Re}(\alpha F_s e^{-i\Delta_s x} e^{i\psi}), \quad (27)$$

где $\psi = \theta - \Delta_s (\xi - x)$, $\tilde{j} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\psi} d\psi_0$.

Следует отметить, что традиционный способ описания нестационарных процессов в электронных генераторах с высокочастотными резонаторами состоит в разложении поля по модам холодного резонатора [31,32]. Модовый подход достаточно эффективен при неэквидистантном спектре мод, когда число мод, участвующих во взаимодействии, относительно невелико. Однако такой подход теряет свою привлекательность в рассматриваемом здесь случае квазиэквидистантного спектра, когда между модами возникает фазовая связь и затруднительно заранее определить число взаимодействующих мод.

3.3. Исследование устойчивости режима одномодовой генерации

Для определения причин и условий возникновения автомодуляции полезен анализ режима стационарной одномодовой генерации на устойчивость. Такой анализ был первоначально проведен М.И.Петелиным для гиротрона при "клистронной" аппроксимации продольной структуры высокочастотного поля. К тем же формулам - (33)-(36) - может быть сведено ис-

следование устойчивости одномодовой генерации на основе уравнений (22), (23), если принять, что взаимодействие пучка с волной происходит в двух бесконечно узких промежутках. Полагая в (22), (23) $\mathcal{E} = [\mathcal{E}_1 \delta(x) + \mathcal{E}_2 \delta(x-l)]$, получим одно уравнение с запаздывающим аргументом (ср. с п.2.1) [33]

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} + A = -i X e^{-i\delta l} \left\{ \frac{J_1(|A|)}{|A|} A \right\}_{\mathcal{E}-l}, \quad (28)$$

$$A(\mathcal{E}, \tau) = A(\mathcal{E} + T_{05p}, \tau),$$

где $A = \mathcal{E}_1 l F$, $X = \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 l$ - параметр, пропорциональный току пучка I . Далее для простоты полагаем $\delta = 0$.

Представляя решение (28) в виде $A = A_0 e^{i\Phi} e^{-i\Delta \mathcal{E} + i\Omega \tau}$,

найдем, что в стационарном режиме генерации амплитуда волны A_0 и электронная перестройка частоты Ω удовлетворяют соотношениям

$$\begin{aligned} A_0 &= X \sin \Phi J_1(A_0), \\ \Omega &= -X \cos \Phi \frac{J_1(A_0)}{A_0}, \end{aligned} \quad (29)$$

где $\Phi = \Delta l$ - угол пролета электронов относительно рабочей моды. Линеаризуя уравнение (28) вблизи состояния равновесия (29), для малых возмущений получим

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} + a = -i \rho \left[(R+1)a + (R-1)e^{2i\Omega \tau} a^* \right]_{\mathcal{E}-l}, \quad (30)$$

где $\rho = \frac{X J_1(A_0)}{2 A_0}$, $R = \frac{J_1'(A_0) A_0}{J_1(A_0)}$. Первый член в правой части уравнения (30) описывает изменение коэффициента усиления затравочной волны в присутствии сильной волны. Второй член в отличие от первого существенен только в случае эквидистантного спектра мод. Он ответственен за четырехквантовый параметрический процесс, состоящий в том, что два кванта интенсивной волны

$$2 \omega = \omega_+ + \omega_- \quad (31)$$

распадаются на два кванта воли сателлитов, частоты которых ω_+ и ω_- расположены симметрично по обе стороны от частоты основной волны ω . Соответственно, записывая решение (30) в виде $a_+ = a_+(\tau) \exp[i(-\Delta - \tilde{\Delta})\xi] + a_-(\tau) \exp[i(-\Delta + \tilde{\Delta})\xi]$, где величина $\tilde{\Delta}$ характеризует отстройку частоты сателлитов от частоты основной моды, приходим к системе уравнений для связанных воли

$$\begin{aligned} \frac{da_+}{d\tau} + a_+ &= -i\rho e^{i(\Phi + \Psi)} \left[(R+1)a_+ + (R-1)e^{2i\Omega\tau} a_-^* \right], \\ \frac{da_-}{d\tau} + a_- &= -i\rho e^{i(\Phi - \Psi)} \left[(R+1)a_- + (R-1)e^{2i\Omega\tau} a_+^* \right], \end{aligned} \quad (32)$$

где $\Psi = \tilde{\Delta} \cdot \rho$. Решение (32), очевидно, следует искать в виде $a_+, a_- \sim \exp(i\Omega\tau + \lambda\tau)$, в результате для инкремента λ получим следующее дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} \left\{ \lambda + i\Omega + 1 + i\rho(R+1) \exp[i(\Phi + \Psi)] \right\} \left\{ \lambda - \right. \\ \left. - i\Omega + 1 - i\rho(R+1) \exp[-i(\Phi - \Psi)] \right\} = \rho^2 (R-1)^2 e^{2i\Psi}. \end{aligned} \quad (33)$$

Используя метод Д-разбиения, найдем, что возмущения нарастают $\text{Re } \lambda > 0$, если выполнено следующее условие:

$$\begin{aligned} (1+\rho)(1+R-2R\rho)^2 > \sin^2 \Phi (2-\rho-R\rho)(3+\rho^2 - \\ - 4R\rho), \quad \text{где } \rho = \cos \Psi. \end{aligned} \quad (34)$$

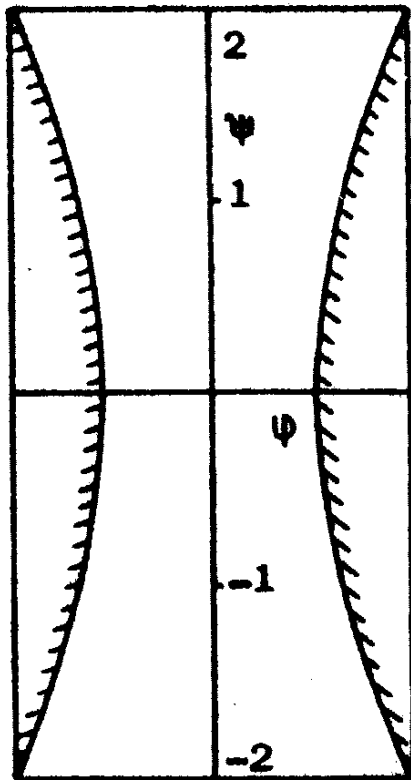
При небольших превышениях над порогом, когда $A_0 \ll 1$, этот критерий приобретает вид

$$3\varphi^2 - \frac{\Psi^2}{2} > 1. \quad (35)$$

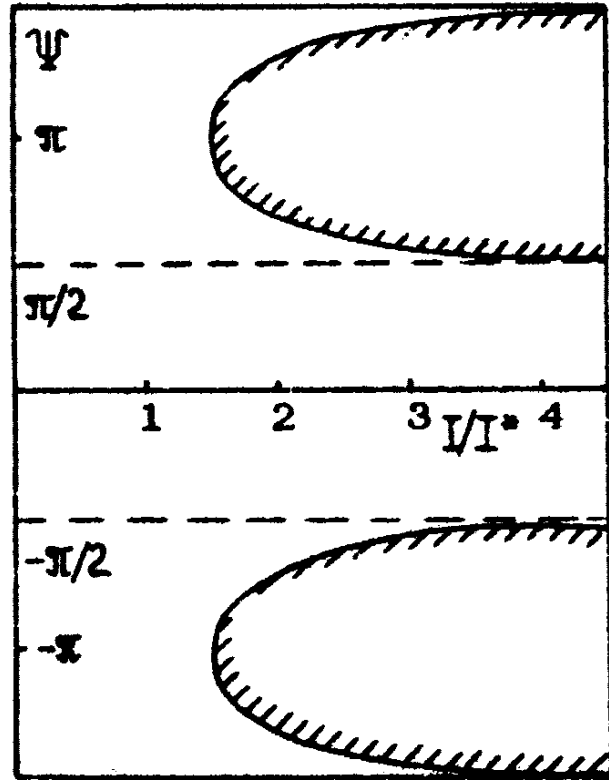
Здесь $\varphi = \Delta\Phi / \Delta\Phi_{\text{кр}}$, $\psi = \Psi / \Delta\Phi_{\text{кр}}$. $\Delta\Phi_{\text{кр}}$ — полуширина (по углам пролета) полюсы усиления, $\Delta\Phi$ — величина, характеризующая сдвиг частоты основной моды от центра полюсы усиления. При записи (35) использовано вытекающее из (29) простое соотношение между амплитудой основной моды и ее

положением в полосе усиления: $A_0^2 = 4 [(\Delta\Phi_{кр})^2 - (\Delta\Phi)^2]$

Согласно (35) мода неустойчива, если ее частота достаточно сильно сдвинута от центра линии: $\psi > 1/\sqrt{3}$ (рис.10,а). Моды, расположенные вблизи центра линии, устойчивы.



а)



б)

Р и с.10. Граница области устойчивости од-
номодовой генерации: а – для малых превыше-
ний над порогом; б – для произвольных пре-
вышений над порогом, когда частота основной
моды расположена в центре полосы отрица-
тельной реабсорбции. Γ – электронный ток, Γ^* – его
величина, соответствующая максимуму КПД
($\chi^* = 3,1$)

Центральные моды теряют устойчивость в случае боль-
ших превышений над порогом. Так, для моды, расположенной
в центре полосы ($\Phi = \pi/2$), критерий неустойчивости имеет
вид

$$R \cos \Psi > 1. \quad (36)$$

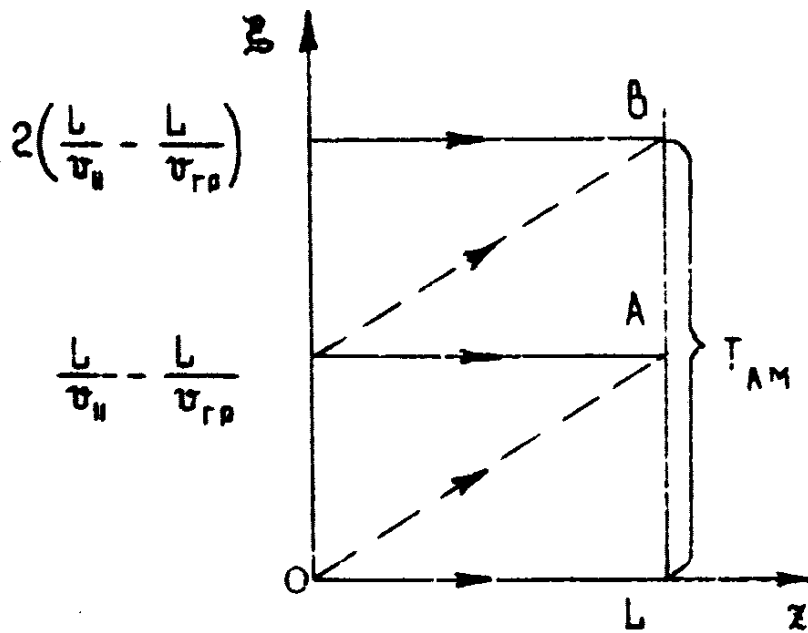
(При условии $R < -1$ эта мода распадается на два сателлита, расположенных в зоне поглощения, $\Psi = \pm \pi$ (рис.10,б).

Отсутствие устойчивых одночастотных решений означает, что при $R < -1$ реализуются многочастотные автомодуляционные режимы генерации. Возникает автомодуляция при работе на падающем участке зависимости $J_1(\Lambda_0)$ амплитуды ВЧ тока от амплитуды волны, т.е. как и в ЛОВ она вызвана перегруппировкой электронов. Период автомодуляции может быть найден по отстройке частот сателлитов ($\Psi = \pm \pi$) от основной, питающей их волны

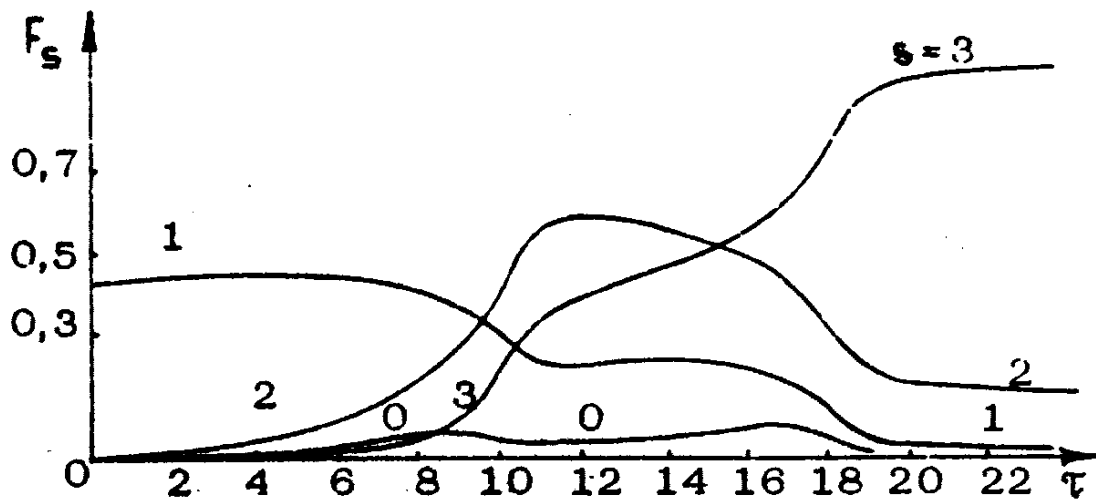
$$T_{AM} = 2 \left(\frac{L}{v_H} - \frac{L}{v_{gp}} \right). \quad (37)$$

Этот период совпадает по порядку величины с временем релаксации активного элемента.

Причина этого совпадения становится понятной, если проследить за динамикой изменения амплитуд тока и волны на плоскости x, ξ (см.рис.11, на котором приведены характеристики волны $\xi = \text{const}$ и электронов $x = (v_H^{-1} - v_{gp}^{-1}) \times \xi + \text{const}$). Если на характеристике $\xi = 0$ амплитуда поля превысила стационарный уровень, то благодаря перегруппировке это вызовет уменьшение амплитуды ВЧ тока в точке А. Соответственно, уменьшится амплитуда поля на характеристике $\xi = \frac{L}{v_H} - \frac{L}{v_{gp}}$, что, в свою очередь, вызовет увеличение тока в точке В и увеличение поля на характеристике $\xi = 2 \left(\frac{L}{v_H} - \frac{L}{v_{gp}} \right)$. Далее процесс повторяется с периодом (37). Очевидно, в его основе лежит эффект нелокальности: влияние через электронный пучок амплитуды поля на данном участке огибающей на амплитуду соседнего участка. С другой стороны, этот эффект (см.п.1.2) как раз и определяет время релаксации активного элемента.



Р и с.11. Пространственно-временная диаграмма, поясняющая механизм автомодуляции в резонансных генераторах с высокочастотными резонаторами



Р и с.12. Распад неустойчивой моды $s=1$, амплитуда которой в момент $\tau=0$ совпадает со стационарным значением $F_1(0)=0,4$; возмущения заданы на соседних модах $F_0(0) = F_2(0)=0,01$. Установление генерации на устойчивой моде $s=3$ $F_3(0)=0$, расположенной вблизи центра полосы усиления ($\nu=3,3, T_{обр}=24$)

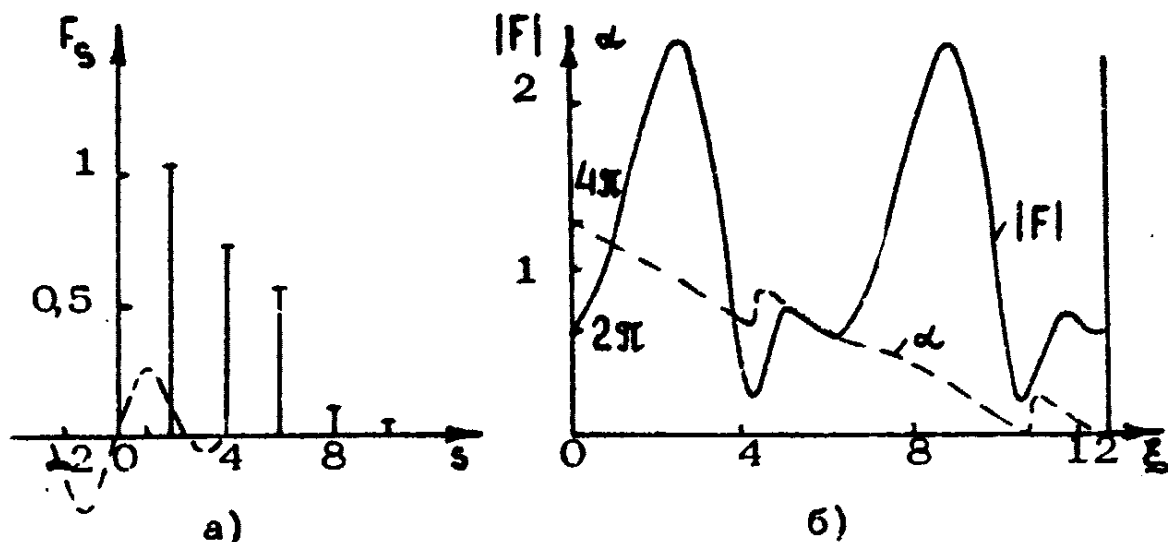
3.4. Численное моделирование автомодуляционных режимов

Решение уравнений (22), (23) на ЭВМ для более "реалистичной" модели, в которой предполагается, что связь пучка с волной постоянна на всем протяжении пространства взаимодействия ($\mathcal{E} = \text{const}$), подтверждают и дополняют результаты п.3.3 [7,8].

а) Автоколебания возбуждаются при $\mathcal{V} \geq 2,5$ и в интервале $2,5 < \mathcal{V} < 4$ ($\mathcal{V} \approx 4$ в рамках стационарной теории соответствует максимуму КПД) устанавливается стационарная генерация на одной из мод, расположенной вблизи центра полосы усиления. Моды, расположенные на краю полосы усиления, неустойчивы. На рис.12 показан процесс распада такой моды, в результате которого рождается и выходит на стационарный уровень генерации мода, расположенная вблизи центра полосы. В целом картина конкуренции мод в этой области параметров аналогична имеющей место при несинхронном энергетическом взаимодействии мод [31,32], когда, черпая энергию от общего источника, моды взаимно подавляют друг друга*).

б) При умеренном превышении параметра \mathcal{V} над величиной $\mathcal{V} = 4$ между модами в полосе усиления сохраняются отношения конкуренции. Однако победившая в конкуренции мода в соответствии с п.3.3 рождает ряд сателлитов, расположенных в зоне поглощения (рис.13,а). Разность между номерами гармоник, амплитуды которых отличны от нуля, совпадает с числом мод: $M = T_{\text{об}} / \mathcal{V}$ в полосе отрицательной реабсорбции. В установившемся режиме амплитуды всех гармоник постоянны, а их фазы жестко связаны. Поэтому такой режим автомодуляции может быть назван режимом самосинхронизации мод. Огибающая сигнала в этом режиме представляет серию импульсов постоянной формы (их число равно M , рис.13,б), бегающих по резонатору со скоростью, которая может превышать скорость света.

*) Этот вывод относится к случаю первоначально моноэнергетического электронного пучка. Если же пучок обладает достаточно большим разбросом энергий, то становится возможным совместное сосуществование большого числа мод (см. приложение).



Р и с.13. Режим периодической автомодуляции (самосинхронизации мод): а – спектр сигнала, пунктир–кривая электронной восприимчивости; б – форма огибающей сигнала ($\nu=5, T_{05P}=12,5$)

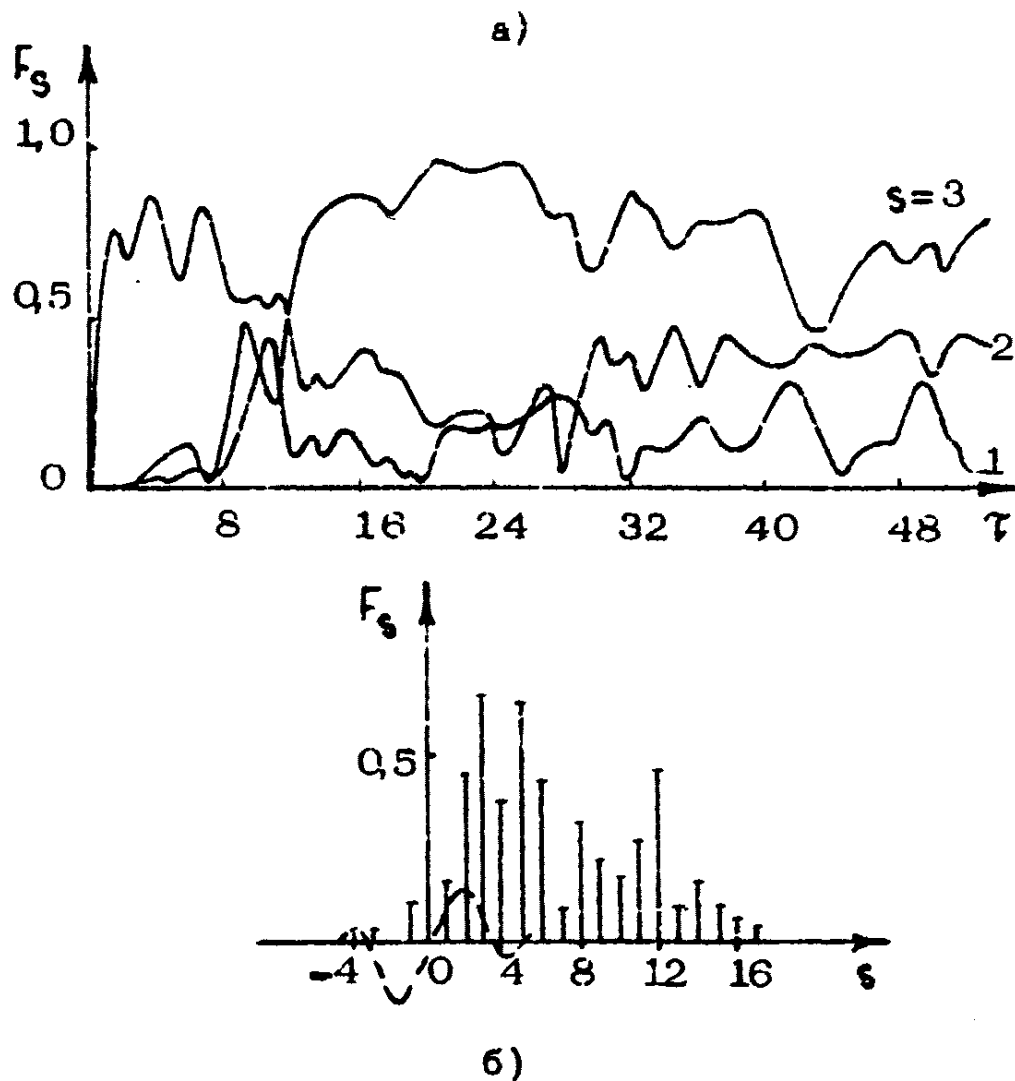
Важно подчеркнуть, что при заданных значениях параметров ν и M существует несколько режимов автомодуляции, которые можно идентифицировать по номеру s основной моды, лежащей в полосе усиления. Другой характерный признак режима автомодуляции – набег фазы огибающей $\alpha = \Omega T_{05P} A$ на одном цикле (рис.13,б), величина этого набега такая же, как и при генерации на одной основной моде :

$$|\alpha(\xi = T_{05P}) - \alpha(\xi = 0)| = 2\pi s.$$

Величина области превышения ν , в которой реализуется рассмотренный выше режим стационарной самосинхронизации мод, убывает с ростом числа мод в полосе усиления и при $M > 4 + 5$ становится исчезающе малой.

в) Дальнейшее увеличение превышения над порогом ν или увеличение числа мод M в полосе отрицательной реабсорбции приводит к тому, что амплитуды мод начинают меняться во времени сначала периодически, а затем (по мере роста ν) и стохастически (рис.14,а). Кроме того, происходит рождение (если даже в начальный момент времени их амплитуды были равны нулю) всех прочих мод, расположенных в полосе усиления, вместе с их сателлитами. Соответственно эволюция огибающей приобретает сложный стохас-

тический характер. В пределе очень больших превышений генерируемое излучение распределено в спектральном интервале, существенно превосходящем ширину полосы стридательной реабсорбции (рис. 14,б).



Р и с.14. Режим стохастической автомодуляции: а – зависимость амплитуды трех первых гармоник от времени; б – спектр сигнала при $\tau=30$ ($\rho=6$, $T_{\text{обр}}=21$)

Интегральный КПД при этом может быть значительно выше, чем в режиме одномодовых колебаний, поскольку электрон, провзаимодействовав с одной гармоникой и отдав ей часть своей энергии, попадает в область захвата следующей

гармоники с меньшей фазовой скоростью и т.д. В результате возникает диффузия электронов в пространстве скоростей, аналогичная рассмотренной в приложении.

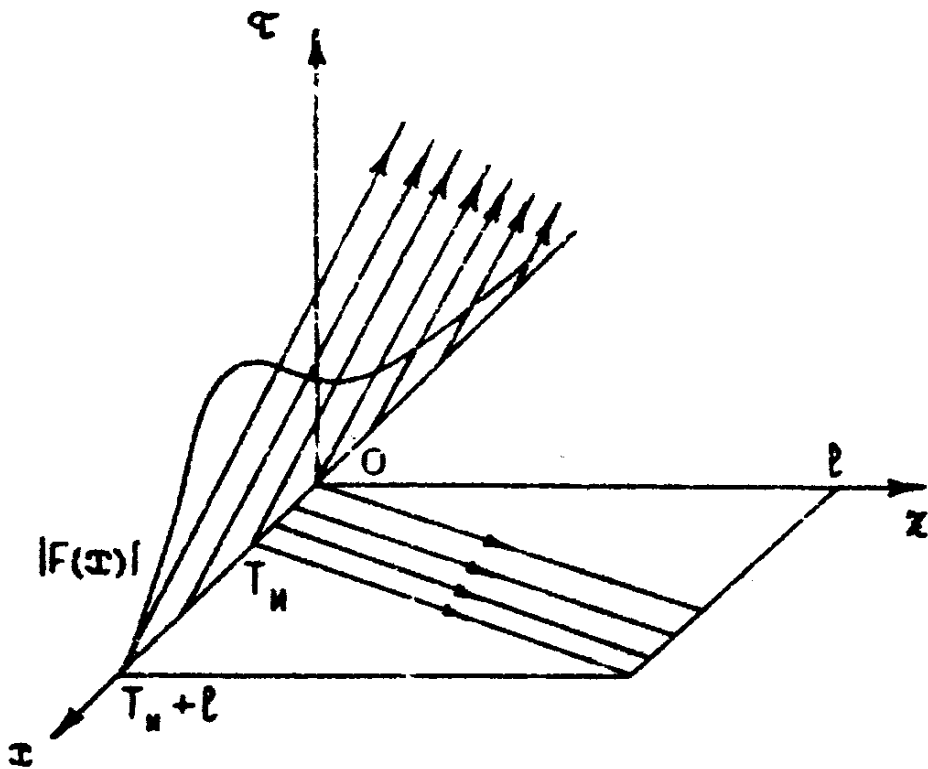
3.5. Режим периодической инжекции электронов

Выше считалось, что ток пучка постоянен во времени. Предположим теперь, что электронный ток представляет собой последовательность коротких импульсов, длительность которых τ существенно меньше периода их следования T_{CA} . Именно такие пучки формируются источниками высокоэнергичных электронов: линейными ускорителями, микроотронами и т.д.

Оптимальный режим работы резонансного генератора, на вход которого поступает описанный выше пучок, был реализован в ЛСЭ инфракрасного диапазона, созданного на базе Стэнфордского линейного ускорителя [34]. В этом эксперименте длина резонатора была подобрана с таким расчетом, что период обращения волны $T_{об} = 2L/v_{гр}$ примерно совпадал с периодом следования импульсов тока T_{CA} . На спектральном языке это означало, что частота воздействующей на систему внешней силы (в данном случае частота модуляции тока) совпадала с межмодовым расстоянием, т.е. выполнялось необходимое условие вынужденной синхронизации мод [35].

В результате синхронизации в резонаторе образовывался электромагнитный импульс с длительностью близкой к длительности импульса тока. Оба импульса (электронный и электромагнитный) вместе бежали по резонатору, немного сменяясь относительно друг друга из-за отличия групповой скорости волны от скорости электронов. Достигнув правого зеркала, электронный импульс покидал резонатор, а электромагнитный отражался и возвращался назад, достигая левого зеркала как раз в момент прихода следующего импульса тока. Таким образом, с точки зрения электромагнитного импульса электронный пучок практически эквивалентен сплошному.

Процесс взаимодействия импульсов может быть описан с помощью системы уравнений (22), (23), в которой, принимая



Р и с.15. Режим периодической инжекции электронов: характеристика волнового уравнения (38) на плоскости $\tau \zeta$ и характеристики уравнения движения электронов (39) на плоскости τ, z ; а также стационарная форма электромагнитного импульса $|F(x)|$. Волна и электроны взаимодействуют на интервале $0 \leq x \leq T_n + l$

во внимание расстройку тактовых периодов

$$\varepsilon = \frac{2\omega Q D}{v_{II}} (v_{II}^{-1} - v_{гр}^{-1})^{-1} \frac{T_{сЛ} - T_{оВЛ}}{T_{ОВР}}$$

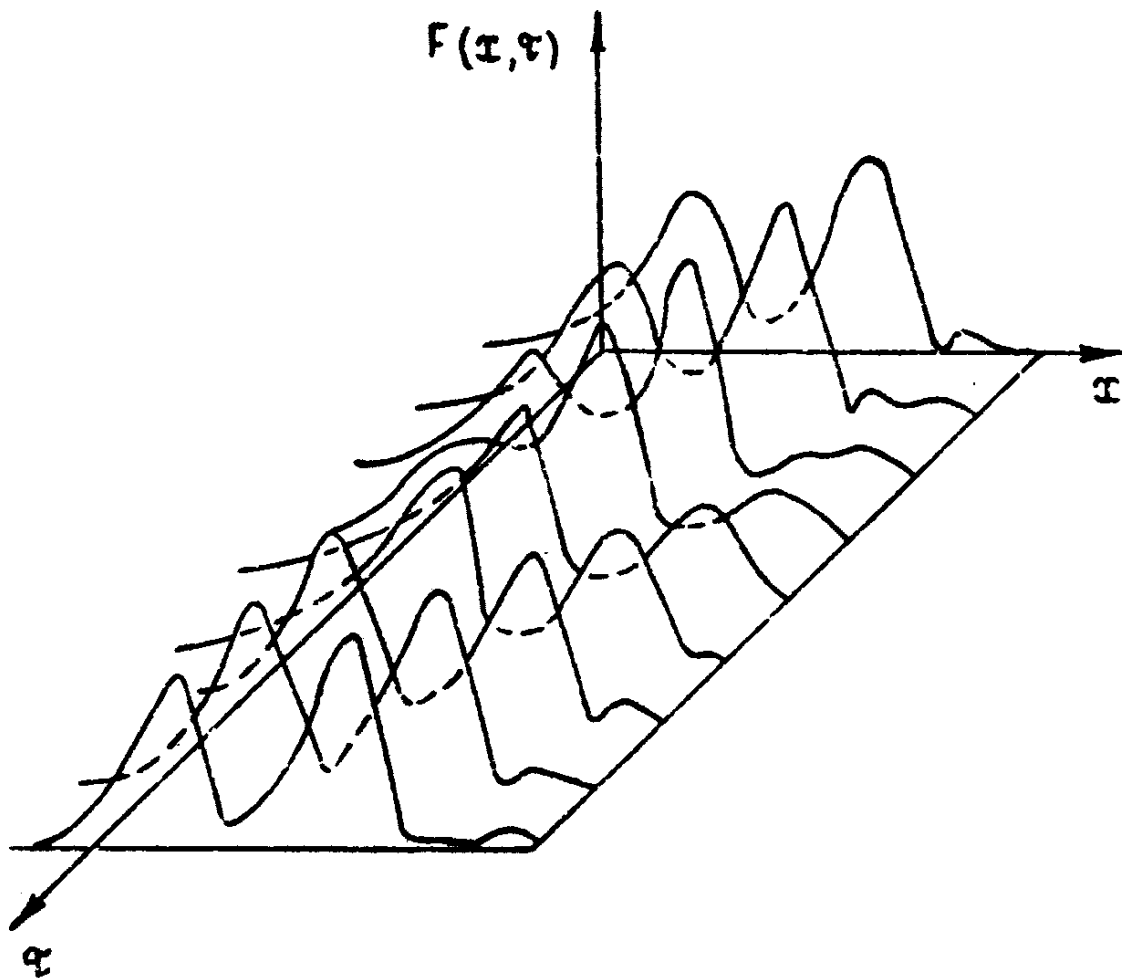
удобно перейти к независимой переменной $\tau = \zeta - \varepsilon \tau$. В новых переменных уравнения принимают вид [7,8]

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} - \varepsilon \frac{\partial F}{\partial x} + F = \int_0^l q(x-z) J dx, \quad (38)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \tau}\right)^2 \theta = \text{Re}(F e^{i\theta}). \quad (39)$$

Здесь введена функция $Q(\tau)$, характеризующая форму такого импульса. В приводимых ниже расчетах предполагалось, что импульс имеет прямоугольную форму и задан на интервале

$$0 < \tau < T_{\text{и}}, \quad \text{где } T_{\text{и}} = \frac{\omega}{v_{\text{и}}} D \left(\frac{1}{v_{\text{и}}} - \frac{1}{v_{\text{гп}}} \right)^{-1} t_{\text{и}}.$$



Р и с.16. Стохастическая автомодуляция
электромагнитного импульса в ЛСЭ
($l=5$, $T_{\text{и}}=10$, $\varepsilon=2,5$)

Важно подчеркнуть [36], что при периодической инжекции электронов генерация возникает только тогда, когда период следования токовых импульсов несколько превышает период обращения волны: $\varepsilon > 0$. При этом, как видно из рис.15,

возмущения переносятся электронами и волной в противоположных направлениях, т.е. реализуется механизм обратной связи, аналогичный имеющему место в ЛОВ.

В соответствии с этой аналогией и смена режимов генерации в ЛСЭ с импульсной инжекцией очень напоминает смену режимов в ЛОВ. По мере превышения тока стартового значения ЛСЭ генератор проходит 3 стадии [7,8]: а) генерация со стационарной формой импульса (см.рис.15); б) генерация с периодической автомодуляцией формы импульса; в) генерация со стохастической автомодуляцией формы импульса (рис.16).

В заключение авторы выражают свою признательность М.И.Петелину и Д.И.Трубецкову за постоянное внимание к работе, а также Б.П.Безручко, Я.Л.Богомолу, Л.В.Булгаковой, А.П.Кузнецову, М.А.Шапиро за помощь в написании статьи.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Квазилинейная теория многомодовых резонансных генераторов

В разд.4 были исследованы многочастотные режимы в резонансных генераторах для случая моноэнергетического электронного пучка. Обобщение на случай пучка, имеющего конечный разброс энергий, в принципе, элементарно: пучок нужно разбить на отдельные фракции, отличающиеся начальной расстройкой синхронизма δ , а в правую часть уравнения для амплитуды поля (22) включить интеграл по δ с соответствующей весовой функцией, определяемой по функции распределения электронов на входе в резонатор. Однако при увеличении дисперсии энергий электронов и переходе от гидродинамического к кинетическому режиму неустойчивости число электронных фракций будет возрастать, что в конечном итоге приведет к необходимости использования приближенных методов.

Заметим, что в случае кинетического режима неустойчивости источником энергии для каждой моды является своя, резонансная только этой моде, электронная фракция и, соот-

ветственно, нелинейная связь мод очень слаба. Поэтому можно считать, что возбуждение каждой из мод происходит независимо от остальных и описывается линейным инкрементом, а ограничение усиления возникает из-за деформации усредненной функции распределения электронов под действием нарастающих электромагнитных полей. Подобный подход в физике плазмы называется квазилинейным [37].

Рассмотрим [33,38] квазилинейный подход на примере ЛСЭ - резонансных генераторов, в которых благодаря эффекту Доплера частота излучения ω существенно превосходит частоту осцилляции электронов Ω : $\omega = 2\gamma^2\Omega$, $\gamma \gg 1$. Пусть электродинамическая система ЛСЭ представляет собой двухзеркальный резонатор: его поле можно записать в виде суммы мод $\vec{E} = \text{Re} \left[\sum_s C_s(t) \vec{E}_s(x) e^{i\omega_s t} \right]$, частоты которых образуют эквидистантный спектр $\omega_s = c\pi s/L$, а фазы в пренебрежении нелинейной связью мод случайны. Такое поле удобно характеризовать спектральной плотностью энергии $W_\omega = \frac{L}{4\pi c} |C_s|^2$. Изменение этой величины во времени описывается уравнением

$$\frac{\partial W_\omega}{\partial t} + \frac{\omega}{Q} W_\omega = \frac{2W_\omega}{L} \int_0^L \Gamma(x) dx, \quad (\text{П.1})$$

которое вытекает из уравнений возбуждения резонатора [31].
Здесь

$$\Gamma = \frac{\pi\omega^2 \mathfrak{E}^2}{2\Omega} \gamma \frac{\partial f}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma = \sqrt{\omega/2\Omega}}$$

инкремент кинетического режима неустойчивости, \mathfrak{E} - коэффициент связи пучка с волной, $f(\gamma, x)$ - усредненная функция распределения электронов по энергии (усреднение проводится по быстрым осцилляциям, вызванным воздействием на пучок каждой из мод в отдельности). Эволюция функции f описывается диффузионным уравнением

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(D \frac{\partial f}{\partial \gamma} \right), \quad (\text{П.2})$$

где коэффициент диффузии $D = \frac{1}{2} \frac{e^2 e^2}{m^2 c^3} \gamma W \Big|_{\omega = 2\gamma^2 \Omega}$ определяется спектральной плотностью энергии электромагнитных колебаний в резонансной точке спектра ($\omega = 2\gamma^2 \Omega$). Отметим, что при записи (П.2) пренебрежено производной $\frac{df}{dt}$, поскольку в высокооборотном резонаторе с коэффициентами отражения от зеркал близкими к единице ($K \approx 1$) характерное время изменения амплитуд мод $T_\Phi = \frac{2Q}{\omega} = \frac{2L}{v_{гр}(1-K)}$ существенно превышает время пролета электронов через резонатор. $L/v_{гр}$.

Уравнения (П.1), (П.2) необходимо дополнить заданием функции распределения электронов на входе в резонатор

$f|_{z=0} = f^0(\gamma)$, а также начального уровня электромагнитных шумов $W_\omega|_{t=0} = W_\omega^0$.

В стационарном режиме генерации ($d/dt = 0$) равновесная спектральная плотность энергии связана с разностью функций распределения между выходом и входом резонатора следующим интегральным соотношением:

$$W_\omega(\gamma) = \frac{m^2 c^3 \omega_p^2 Q}{e^2 \omega \Omega L} \frac{1}{\gamma} \int_{\gamma_{min}}^{\gamma} (f|_{z=L} - f|_{z=0}) d\gamma, \quad (\text{П.3})$$

где γ_{min} - минимальная энергия частиц на выходе из резонатора. Согласно (П.3) спектральная плотность сначала нарастает по γ (и соответственно по ω), достигает максимума в точке, где $f|_{z=L} \approx f|_{z=0}$, а затем спадает до нуля.

Определить вид функции распределения на выходе из резонатора можно в предельном случае очень большого превышения над порогом $\Gamma \frac{Q}{\omega} \gg 1$. В этом случае образующаяся в результате диффузии функция распределения должна иметь форму плато и с учетом нормировки $\int f d\gamma = 1$ может быть приблизительно задана в виде

$$f = \frac{1}{\gamma_{max} - \gamma_{min}}. \quad (\text{П.4})$$

Вычисляя изменение потока кинетической энергии $P = \int n_0 m c^3 \gamma f d\gamma$, найдем, что интегральный КПД ЛСЭ $\eta = (P|_{z=L} - P|_{z=0}) / P|_{z=0}$ при $\gamma_{\min} \ll \gamma_{\max}$ стремится к 50%. Разумеется, излучение в этом случае распределено в очень широком спектральном интервале $\Delta\omega/\omega \sim 1$. При конечных превышениях спектр излучения уже, но одновременно меньше и интегральный КПД.

Л и т е р а т у р а

1. Ruell D. Strange attractors as a mathematical explanation of turbulence. - Lect. Notes in Phys., 1972, v.12, p.292.
2. Рабинович М.И. Стохастические колебания и турбулентность. - УФН, 1978, т.125, №1, с.123.
3. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н. Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ. - Изв.вузов, Радиофизика, 1978, т.21, №7, с.1037.
4. Безручко Б.П., Булгакова Л.Б., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Экспериментальное и теоретическое исследование стохастических колебаний в лампе обратной волны. - В кн.: Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. (5-я зимняя школа-семинар инженеров) Т.5. Саратов, СГУ, 1980, с.25.
5. Дихтяр В.Б., Кислов В.Я. Расчет автогенераторов с внешней запаздывающей обратной связью временным методом. - Радиотехника и электроника, 1977, т.22, №10, с.2141.
6. Дихтяр В.Б., Кислов В.Я. Автомодуляционный механизм стохастических колебаний автогенераторов с запаздыванием. - Радиотехника и электроника, 1979, т.24, №8, с.1565.
7. Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Петелин М.И. Теория лазеров на свободных электронах. - В кн.: Лекции по электронике СВЧ и радиофизике, т.1. Саратов, СГУ, 1981, с.69.
8. Bogomolov Ya.L., Bratman V.L., Ginzburg N.S. et al. Nonstationary Generation in Free Electron Lasers, Optics Commun., 1981, v.36, N.3, p209.

9. Кузнецов С.П., Четвериков А.П. Нестационарная нелинейная теория ультрарелятивистской ЛОВ на аномальном эффекте Доплера. – Изв.вузов. Радиофизика, 1981, т.24, №1, с.109.
10. Афонин А.М., Канавец В.И., Руднев А.П. Излучение импульсного электронного потока в резонансной замедляющей структуре. – Радиотехника и электроника, 1981, т.26, №3, с.647.
11. Котырев Е.А., Плисс Л.Е. Спектральные особенности устойчивой генерации колебаний в генераторах с запаздывающей обратной связью в мягком режиме. – Радиотехника и электроника, 1965, т.26, №3, с.647.
12. Кислов В.Я., Залогин Н.Н., Мясин Е.А. Исследование стохастических автоколебательных процессов в автогенераторах с запаздыванием. – Радиотехника и электроника, 1979, т.24, №6, с.1118.
13. Кислов В.Я., Залогин Н.Н., Мясин Е.А., О нелинейных стохастических автоколебаниях в электронно-волновом генераторе с задержкой в цепи обратной связи. – Радиотехника и электроника, 1980, т.25, №10, с.2160.
14. Безручко Б.П., Кузнецов С.П. Экспериментальное исследование нелинейных нестационарных процессов в ЛОВО-генераторе. – Изв.вузов. Радиофизика, 1978, т.21, №7, с.1053.
15. Безручко Б.П., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Экспериментальное наблюдение стохастических колебаний в динамической системе электронный пучок – обратная электромагнитная волна. – Письма в ЖЭТФ, 1979, т.29, №3, с.180.
16. Анищенко В.С., Астахов В.В. Экспериментальное исследование стохастизации автоколебаний в усилителях с внешней обратной связью. – В кн.: Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. – Саратов:СГУ, 1980, кн.У, с.118.
17. Thomassen K.J., Dunn D.A. Experimental Observation of Noise in Voltage-Tunable Magnetron Operating in a Noisy Mode. – Proc.IEEE, 1965, V.53, N.2, p.202.
18. Витт А.А. К теории скрипичной струны. – ЖТФ, 1936, т.6. №9, с.1459.

19. Бовшеверов В.М. О некоторых колебательных задачах, приводящих к функциональным уравнениям. – ЖТФ, 1936, т.6, №9, с.1480.
20. Feigenbaum M.J. Quantitative Universality for a Class of Nonlinear Transformation.–J.Stat. Phys., 1978, v.19, N.1, p.25.
21. Рабинович М.И. Автоколебания распределенных систем. – Изв.вузов. Радиофизика, 1974, т.17, №4, с.477.
22. Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Ковалев Н.Ф. и др. Общие свойства коротковолновых приборов с длительной инерционной группировкой электронов. – В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, ИПФ АН СССР, 1979, с.249
23. Электроника ламп с обратной волной/ Под ред. В.Н.Шевчика и Д.И.Трубецкова. Саратов, СГУ, 1975.
24. Johnson H.R. Backward-wave oscillators.Proc. IRE, 1955, v.43, p.684.
25. Раппопорт Г.Н. Нелинейная теория генератора обратной волны типа О с периодической замедляющей структурой. – Радиотехника и электроника, 1964, т.9, №3, с.483.
26. Безручко Б.П., Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П. Теоретическое и экспериментальное исследование переходных процессов в ЛОВО-генераторе. – В кн.: Лекции по электронике СВЧ (4-я зимняя школа-семинар инженеров), т.5. Саратов, СГУ, 1978, с.236.
27. Безручко Б.П. Экспериментальное исследование нестационарных и стохастических явлений в распределенной автоколебательной системе электронный поток – обратная электромагнитная волна: Канд.дис. Саратов, СГУ, 1980.
28. Безручко Б.П., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Стохастические автоколебания в системе электронный пучок – обратная волна. – В кн.: Нелинейные волны. Стохастичность и турбулентность. Горький, ИПФ АН СССР, 1980, с.29.
29. Kol' chugin B.D., Kovaljev N.F., Ofitserov M.M. et al. Theoretical and experimental investigation of relativistic BWO-3-rd International Conference on High Power Electron and Ion Beam. Book of abstracts.Novosibirsk, 1979, p.98.

30. Гинзбург Н.С. Нелинейная теория усиления и генерации электромагнитных волн на аномальном эффекте Доплера. - Изв.вузов. Радиофизика, 1979, т.22, №4, с.470.
31. Вайнштейн Л.А. Общая теория резонансных электронных автогенераторов. - В кн.: Электроника больших мощностей, т.6. М., Наука, 1969, с.84.
32. Моисеев М.А., Нусинович Г.С. К теории многомодовой генерации в гиромонотроне. - Изв.вузов. Радиофизика, 1974, т.17, №11, с.1709.
33. Ginzburg N.S., Petelin M.I., Shapiro M.A. Automodulation and Stochastic Oscillation Regimes in Resonant Relativistic Electron Masers. - 10th European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Moskva, 1981, v.1, p.M2.
34. Deacon D.A.G., Elias L.R., Madey J.M.J. et al. First Operation of a Free Electron Laser. - Phys.Rev.Lett., 1977, v.38, N.16, p.892.
35. Ярив А. Квантовая электроника, М., Сов.радио, 1980.
36. Al-Abawi H., Hopt F.A., Moore G.T., Scully M.O. Coherent Transients in the Free Electron Lasers: Laser Lethargy and Coherence Brightening. - Optics Commun., 1979, v.30, N.2, p.235.
37. Кадомцев В.Б. Коллективные явления в плазме. М., Наука, 1979.
38. Ginzburg N.S., Shapiro M.A. Quasi-linear Theory of Multimode Free Electron Lasers with an Inhomogeneous Frequency Broadening. - Optics Commun (in print).