

УДК 621.385.6

## СТОХАСТИЧЕСКИЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ И НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В ЛАМПЕ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ

*Безручко В. П., Булгакова Л. В., Кузнецов С. П.,  
Трубецков Д. И.*

Приведены результаты решения нестационарных нелинейных уравнений лампы обратной волны на ЭВМ и данные экспериментальных исследований, свидетельствующие о том, что переход от регулярных к стохастическим автоколебаниям соответствует возникновению неустойчивости колебаний по отношению к малым возмущениям начальных условий.

### ВВЕДЕНИЕ

Исследуемая система — лампа обратной волны типа О (ЛОВ) — представляет собой отрезок электродинамической линии передачи (замедляющей системы), согласованный на концах и пронизываемый электронным пучком. Пучок взаимодействует с волной, фазовая скорость  $v_\phi$  которой близка к скорости электронов  $v_0$ , а групповая скорость  $v_{гр}$  направлена навстречу пучку. Выходной сигнал снимается с того же конца линии, с которого вводится пучок. При использовании ряда упрощающих предположений динамика процессов в такой системе описывается уравнениями [1]

$$(1) \quad \frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \xi} = - \frac{\mathcal{L}}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta_\alpha} d\alpha, \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = - \mathcal{L}^2 \operatorname{Re} F e^{i\theta_\alpha}$$

с граничными и начальными условиями

$$\theta_\alpha|_{\xi=0} = \alpha, \quad \left. \frac{\partial \theta_\alpha}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = 0, \quad F|_{\xi=1} = 0, \quad F|_{\tau=0} = F(\xi, 0),$$

где  $F$  — нормированная амплитуда поля волны,  $\theta_\alpha$  — фазовая координата электрона относительно волны,  $\xi = x/l$  и  $\tau = (t - x/v_0)/(l/v_0 + l/|v_{гр}|)$  — нормированные координата и время,  $l$  — длина системы. Уравнения (1) содержат единственный свободный параметр  $\mathcal{L} = 2\pi CN = C\Omega l/v_0$ , где  $C$  — параметр Пирса,  $\Omega$  — центральная частота спектра генерируемого сигнала. Заметим, что  $C \sim I^{1/2} U^{-1/2}$ , где  $I$  — ток электронного пучка,  $U$  — ускоряющее напряжение.

Как было показано ранее путем численного решения уравнений (1) [1, 2] и экспериментально [2–4], при увеличении параметра  $\mathcal{L}$  ЛОВ демонстрирует последовательность усложняющихся автоколебательных режимов, заканчивающаяся возникновением стохастических автоколебаний. Как известно, аналогичное поведение имеет место у многочисленных динамических систем различной физической природы (см., например, [5–7]). Согласно существующим представлениям, стохастичность появляется в том случае, если все возможные при данных параметрах движения динамической системы неустойчивы по отношению к малым возмущениям [5, 7]. Эта взаимосвязь между стохастичностью и неустойчивостью и будет рассмотрена на примере ЛОВ в данной статье.

## 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В эксперименте наблюдалась зависимость амплитуды выходного сигнала ЛОВ от времени при импульсном включении тока пучка. Каждое включение дает реализацию выходного сигнала при несколько различных начальных условиях, обусловленных микрофлуктуациями. По расходимости реализаций процесса во времени можно судить об устойчивости системы по отношению к малым возмущениям.

Лабораторный макет ЛОВ дециметрового диапазона с замедляющей системой типа встречных штырей-решеток и многолучевым электронным потоком работал в режиме периодического следования прямоугольных импульсов тока пучка. Выходной сигнал ЛОВ поступал на скоростной осциллограф, синхронизированный с импульсами тока. Чтобы обеспечить по возможности одинаковые начальные условия для каждой реализации переходного процесса, в замедляющую систему подавался внешний монохроматический сигнал, который был на несколько порядков выше уровня микрофлуктуаций и на несколько порядков ниже уровня возникающих автоколебаний. Полученные для нескольких значений рабочего тока пучка осциллограммы представлены на рис. 1; каждая из них является результатом наложения  $10^3-10^4$  реализаций процесса. На осциллограммах видна огибающая сигнала ЛОВ, высокочастотное заполнение создает светлый фон. На рис. 2 приведены спектры выходного сигнала в непрерывном режиме работы ЛОВ при тех же значениях тока.

Как видно из рис. 1, 2, при установлении регулярных автоколебаний (с дискретным спектром) осциллограмма выглядит четкой на всем протяжении. Это значит, что имеющиеся в системе микрофлуктуации не приводят к существенным (различимым на глаз) изменениям в реализациях процесса установления колебаний за время его наблюдения. При установлении же стохастических автоколебаний (сплошной спектр) четко просматривается лишь начальный участок осциллограммы, что свидетельствует о нарастании первоначально микроскопических возмущений. Длительностью четко видимого начального участка осциллограммы  $t_0$ , на котором различие между реализациями становится макроскопическим, принципиально ограничена возможность детерминированного описания динамики системы при существующем уровне микрофлуктуаций.

Если начальный уровень флуктуаций амплитуды обусловлен дробовым эффектом, то он соответствует  $|F_n| \sim \sqrt{e\Omega C/I} \sim 10^{-4}-10^{-5}$  [1, 3], где  $e$  — заряд электрона. Предполагая закон нарастания возмущений экспоненциальным  $|F| \sim |F_n| e^{h_p t}$  и учитывая, что заметные на глаз изменения должны соответствовать  $|F| \sim 1$ , можно получить оценку порядка величины энтропии Колмогорова  $h_p$  [5, 7] (в размерной форме):

$$h_p \sim -\frac{1}{t_0} \ln |F_n| \sim \frac{10}{t_0}.$$

Результаты оценки в зависимости от отношения рабочего тока к току начала автоколебаний  $I/I_n$  приведены в табл. 1. Наряду с  $h_p$  в таблицу включены значения безразмерной энтропии Колмогорова  $h = h_p (1/v_0 + 1/v_{rp})$ , что отвечает нормировке, принятой в уравнениях (1).

Таблица 1

$I/I_n$	$\mathcal{E}$	$t_0$	$h_p, \text{нс}^{-1}$	$h$
20	6	170	0,06	1,8
30	7	150	0,07	2,1
100	10	80	0,12	3,6

## 2. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ НА ЭВМ

Для численного исследования решения уравнений (1) на устойчивость использован метод, описанный в [7]. Одновременно решаются две нестационарные краевые задачи вида (1) с близкими начальными условиями,

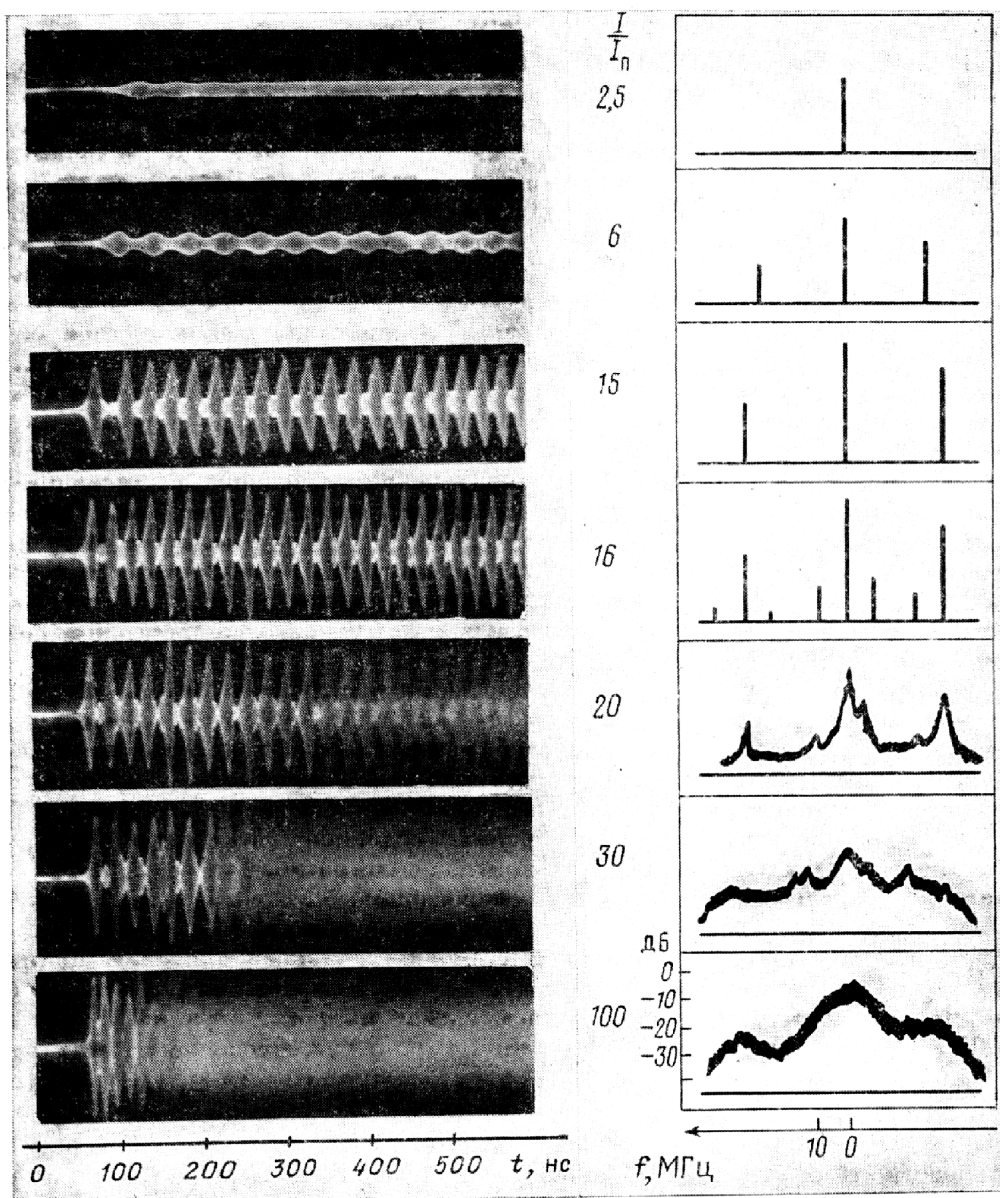


Рис. 1. Осциллограммы огибающей выходного сигнала ЛОВ в процессе установления колебаний при различных отношениях  $I/I_n$

Рис. 2. Спектры выходного сигнала ЛОВ в установившемся режиме при различных отношениях  $I/I_n$

заданными в один и тот же момент времени  $\tau_p$  (поэтому отмечаем их одним и тем же индексом  $p$ ):

$$F|_{\tau=\tau_p} = F_p^0(\xi), \quad F|_{\tau=\tau_p} = F_p(\xi) = F_p^0 + \tilde{F}_p(\xi).$$

Комплексные функции  $F_p^{(0)}(\xi)$  и  $F_p(\xi)$  описывают распределение поля в ЛОВ при отсутствии и при наличии начального возмущения, причем

норма возмущения мала:  $\|\tilde{F}_p\| = \left[ \int_0^1 |\tilde{F}_p(\xi)|^2 d\xi \right]^{1/2} = \varepsilon \ll 1$ . В результате

решения уравнений (1) получаем две новые функции  $F_{p+1}^0(\xi)$  и  $F'_{p+1}(\xi) = F_{p+1}^0(\xi) = \tilde{F}'_{p+1}(\xi)$ , соответствующие моменту времени  $\tau_{p+1} = \tau_p + \tau_1$ . Предполагается, что интервал  $\tau_1$  невелик, и возмущение остается малым:  $\varepsilon_{p+1} = \|\tilde{F}'_{p+1}\| \ll 1$ . Переопределим теперь возмущение  $\tilde{F}'_{p+1}$  так, чтобы его норма снова равнялась  $\varepsilon$ :

$$F_{p+1}(\xi) = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{p+1}} F'_{p+1}(\xi),$$

$$F_{p+1}(\xi) = F^0_{p+1}(\xi) + \bar{F}_{p+1}(\xi).$$

Затем расчет повторяется с новыми начальными условиями  $F|_{\tau=\tau_{p+1}} = F^0_{p+1}(\xi)$ ,  $F|_{\tau=\tau_{p+1}} = F_{p+1}(\xi)$  и так далее<sup>1</sup>. Очевидно, решение  $F^0(\xi, \tau)$  устойчиво относительно рассматриваемого возмущения,

если величина  $D(p) = \prod_{m=0}^p (\varepsilon_m/\varepsilon)$

ограничена, и это решение неустойчиво, если она нарастает

с увеличением  $p$ . Энтропия Колмогорова оценивается по формуле  $h \sim \ln D(p)/p\tau_1$ . Заметим, что характер поведения  $D(p)$  оказывается практически не зависящим от вида начального возмущения  $F(\xi)$  и (при выполнении указанных выше условий) от выбора  $\varepsilon$  и  $\tau_1$ . Как правило, начальное возмущение задавалось в виде  $F(\xi) \sim 1 - \xi$ , типичные значения  $\varepsilon = 0,01$ ,  $\tau_1 = 0,2$ .

Расчеты, проведенные по изложенной схеме, показывают, что неустойчивость автоколебательного режима возникает при  $\mathcal{L} > \mathcal{L}_{кр} \approx 5,5$ . Как это

Таблица 2

$\mathcal{L}$	5,5	6,25	7
$h$	0,5	1,6	1,8

Изложенные результаты эксперимента и численных расчетов, дополняя друг друга, на наш взгляд, достаточно убедительно подтверждают положение о взаимосвязи стохастического поведения и неустойчивости в динамической системе электронный пучок — обратная электромагнитная волна ЛОВ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П., Федосеева Т. Н. Изв. вузов. Радиофизика, 1978, т. 21, № 7, с. 1037–1052.
2. Безручко Б. П., Булгакова Л. В., Кузнецов С. П., Трубецков Д. И. В кн.: Лекции по электронике СВЧ и радиофизике (5-я зимняя школа-семинар инженеров). Кн. V. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1981, с. 25–77.
3. Безручко Б. П., Кузнецов С. П. Изв. вузов. Радиофизика, 1978, т. 21, № 7, с. 1053–1059.
4. Безручко Б. П., Кузнецов С. П., Трубецков Д. И. Письма в ЖЭТФ, 1979, т. 29, № 3, с. 180–184.
5. Рабинович М. И. Успехи физ. наук, 1978, т. 125, вып. 1, с. 123.
6. Кислов В. Я., Залогин Н. Н., Мясин Е. А. Радиотехника и электроника, 1978, т. 23, № 6, с. 1118–1130.
7. Benettin, Galgani, Strelcyn. Phys. Rev.: A, 1976, v. 14, № 6, p. 2338–2345.

Поступила в редакцию  
7.VI.1982

<sup>1</sup> Для устранения накапливающейся погрешности численного метода в процессе расчета из возмущения систематически исключались добавки, отвечающие сдвигу решения по времени и фазе. Для этого возмущение  $F'_{p+1}$  переопределялось следующим образом:  $F''_{p+1}(\xi) = F'_{p+1}(\xi) - ic_1 F^0_{p+1}(\xi) - c_2 (\partial F^0_{p+1} / \partial \tau)$ , где  $c_1$  и  $c_2$  — действительные коэффициенты, минимизирующие  $\|F''_{p+1}\|$ .

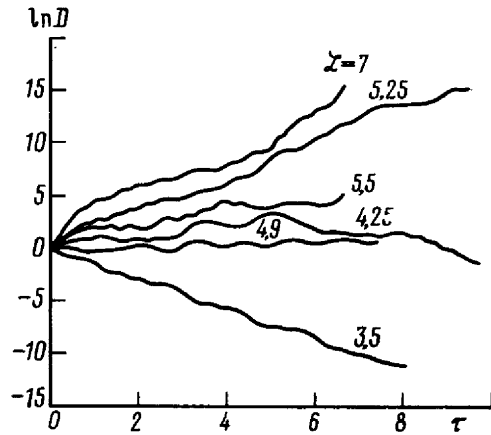


Рис. 3. К анализу автоколебательных режимов ЛОВ