Журнал экспериментальной и теоретической физики

Т. 86 *1984* *Вып. 3*

ОБ ОДНОМ ТИПЕ УНИВЕРСАЛЬНОГО ПОВЕДЕНИЯ СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ

С. П. Кузнецов, Г. М. Колосова

Методом ренормгруппы исследуется динамика гамильтоновой системы — двух одинаковых связанных осцилляторов, возбуждаемых периодическими импульсными толчками; интенсивность толчков нелинейным образом зависит от обобщенной координаты. Выяснено, что для описания системы вблизи точки перехода порядок — беспорядок существенны три параметра (трикритическая точка). Два из них характеризуют связь между осцилляторами и трактуются как коэффициенты двух типов взаимодействия гамильтоновых систем. Разбиение пространства параметров на области различных режимов вблизи трикритической точки носит универсальный характер и инвариантно относительно изменения масштабов по трем осям координат соответственно в 8,7211, −4,4039 и 1,8510 раз. Предполагается, что единственным условием реализации данного типа поведения является наличие последовательности удвоений периода у каждой из связываемых систем.

Цепочка связанных нелинейных осцилляторов — это традиционный объект исследования теории колебаний и статистической механики. Подобная цепочка служит, например, простейшей одномерной моделью твердого тела с атомами-осцилляторами в узлах кристаллической решетки. В большинстве известных работ предполагалось, что отдельный осциллятор — это полностью интегрируемая гамильтонова система, демонстрирующая только простые квазипериодические движения [1—3]. При введении достаточно сильной связи цепочка может стать неинтегрируемой системой, и в ней оказываются тогда возможными стохастические колебания [2, 3].

Стохастическое поведение встречается, однако, и у систем с малым числом степеней свободы, например у нелинейного осциллятора, возбуждаемого периодическим внешним воздействием [2—6]. Представляется поэтому интересным исследовать цепочку связанных систем, каждая из которых сама по себе может демонстрировать стохастические колебания. Одна из систем, моделью которых является подобная цепочка,— это кристалл, находящийся под воздействием интенсивного оптического или акустического сигнала.

Будем предполагать, что отдельная ячейка, на базе которой строится цепочка,— это гамильтонова система, претерпевающая при изменении некоторого параметра λ переход от регулярного к стохастическому поведению через бесконечную последовательность бифуркаций удвоения периода устойчивых циклов. Этот тип перехода порядок — беспорядок широко распространен (в частности, он реализуется для упомянутого выше нелинейного осциллятора при увеличении интенсивности внешнего воздействия) и относительно хорошо изучен [5, 7, 8]. Известно, например, что последовательность бифуркационных значений параметра λ_N сходится к пределу (критической точке) по закону геометрической прогрессии

$$\lambda_N=\lambda_c-K\delta_H^{-N}. \qquad (1)$$

Непосредственно в критической точке существуют (неустойчивые) циклы со всевозможными периодами 2^N единиц первоначального периода. В формуле (1) $\delta_H=8{,}7210972$ — универсальная постоянная, а λ_c и K — постоянные, зависящие от конкретной системы. Удобно использовать вместо λ параметр $\Lambda=(\lambda-\lambda_c)/K$, бифуркационные значения которого универсальны.

Большую роль для понимания закономерностей перехода порядок — беспорядок через бифуркации удвоения сыграл метод ренормгруппы (РГ)

[5, 7—12], сходный по своему формальному содержанию с известным методом теории фазовых переходов [13, 14]. В критической точке отображение, описывающее изменение состояния системы за период 2^N, инвариантно (при достаточно больших N) относительно преобразования РГ и не зависит ни от N, ни от конкретного вида исходных уравнений системы. Это является основой ряда замечательных свойств подобия, в том числе и формулы (1).

Таким образом, цепочка несвязанных систем описывается набором отображений универсального вида. Поэтому при введении связи между ними также должны проявиться какие-то законы подобия. Чтобы найти их, достаточно рассмотреть две связанные системы и проанализировать трансформационные свойства членов, описывающих связь, под действием преобразования РГ [1].

Вообще говоря, характеризующая связь добавка к гамильтониану может иметь произвольную зависимость от координат и импульсов связываемых систем. Из наших результатов вытекает, однако, что любую связь можно представить как комбинацию двух фундаментальных типов взаимодействия, определяющих критические явления у порога возникновения стохастичности.

1. Уравнения движения и точечное отображение

Рассмотрим систему двух осцилляторов с гамильтонианом

$$H=\frac{1}{2}(p_1^2+p_2^2)+\frac{\omega^2}{2}(q_1^2+q_2^2)+\frac{\varepsilon}{2}(q_1-q_2)^2+\sum_{n=-\infty}^{\infty}[F(q_1)+F(q_2)]\delta(t-n),$$

где q_1, q_2, p_1, p_2 — координаты и импульсы, ω — собственная частота парциального осциллятора, ε — коэффициент связи, функция F характеризует зависимость интенсивности внешнего воздействия от координаты. Период внешнего воздействия принят за единицу. Сделаем замену

$$x=\frac{q_1+q_2}{2^{1/2}},\quad y=\frac{q_1-q_2}{2^{1/2}},\quad \xi=\frac{p_1+p_2}{2^{1/2}},\quad \eta=\frac{p_1-p_2}{2^{1/2}}$$

и запишем уравнения движения в новых переменных:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}=\xi,\quad \dot{\xi}=-\omega^2x-\frac{1}{2^{1/2}}\sum_n\left[F'\left(\frac{x+y}{2^{1/2}}\right)+F'\left(\frac{x-y}{2^{1/2}}\right)\right]\delta(t-n),\\
&\dot{y}=\eta,\quad \dot{\eta}=-(\omega^2+2\varepsilon)y-\frac{1}{2^{1/2}}\sum_n\left[F'\left(\frac{x+y}{2^{1/2}}\right)-F'\left(\frac{x-y}{2^{1/2}}\right)\right]\delta(t-n).
\end{aligned}\tag{2}$$

Будем интересоваться значениями x, y, ξ, η только непосредственно после каждого n-го толчка и отмечать их индексом n. Решая систему (2), можно найти следующие рекуррентные соотношения:

$$\begin{aligned}
&x_{n+1}=cx_n+\frac{s}{\omega}\xi_n+\frac{s}{2^{1/2}\omega}\left[F'\left(\frac{x_n+y_n}{2^{1/2}}\right)+F'\left(\frac{x_n-y_n}{2^{1/2}}\right)\right],\\
&\xi_{n+1}=-\omega sx_n+c\xi_n+\frac{c}{2^{1/2}}\left[F'\left(\frac{x_n+y_n}{2^{1/2}}\right)+F'\left(\frac{x_n-y_n}{2^{1/2}}\right)\right],\\
&y_{n+1}=\bar{c}y_n+\frac{\bar{s}\eta_n}{(\omega^2+2\varepsilon)^{1/2}}+\frac{\bar{s}}{(2\omega^2+4\varepsilon)^{1/2}}\left[F'\left(\frac{x_n+y_n}{2^{1/2}}\right)-F'\left(\frac{x_n-y_n}{2^{1/2}}\right)\right],
\end{aligned}\tag{3}$$

---

[1] Аналогичное исследование для цепочки диссипативных систем выполнено в [15].

$$\eta_{n+1}=-(\omega^2+2\varepsilon)^{1/2}\bar{s}y_n+\bar{c}\eta_n+\frac{\bar{c}}{2^{1/2}}\left[F'\left(\frac{x_n+y_n}{2^{1/2}}\right)-F'\left(\frac{x_n-y_n}{2^{1/2}}\right)\right],$$

где

$$s=\sin\omega,\ c=\cos\omega,\ \bar{s}=\sin(\omega^2+2\varepsilon)^{1/2},\ \bar{c}=\cos(\omega^2+2\varepsilon)^{1/2}.$$

Введем обозначения $u_n=cx_n-s\xi_n$, $v_n=\bar{c}y_n-\bar{s}\eta_n$ и конкретизируем вид функции воздействия F таким образом, чтобы

$$cq+\frac{sF'(q)}{2^{1/2}\omega}=\lambda-q^2,$$

где λ — параметр. Тогда система (3) значительно упрощается:

$$\begin{gathered} x_{n+1}=\lambda-x_n^2-y_n^2-u_n,\quad u_{n+1}=x_n, \\ y_{n+1}=-2x_ny_n-v_n+(\alpha+\beta x_n)y_n,\quad v_{n+1}=y_n, \end{gathered} \tag{4}$$

где $\alpha=\bar{c}-\bar{s}c\omega/s(\omega^2+2\varepsilon)^{1/2}$, $\beta=1-\bar{s}\omega/s(\omega^2+2\varepsilon)^{1/2}$. Отображение (4) можно переписать также в форме

$$x_{n+1}+x_{n-1}=\lambda-x_n^2-y_n^2,\quad y_{n+1}+y_{n-1}=-2x_ny_n+(\alpha+\beta x_n)y_n, \tag{5}$$

откуда очевидна симметрия относительно обращения времени.

Параметры α и β обращаются в нуль при $\varepsilon=0$ и должны рассматриваться поэтому как параметры связи. Выражение в скобках в уравнении для y будем называть функцией связи и обозначать через $\varepsilon\varphi(x)$. В рассматриваемом примере функция связи есть $\alpha+\beta x$, однако при ином выборе гамильтониана взаимодействия или функции $F(q)$ она может иметь и более сложный вид.

2. Метод ренормгруппы

Применим к анализу отображения (4) подход, основанный на приближенном построении уравнений ренормгруппы [2]. Основная идея состоит в следующем. Выполняя исходное отображение дважды, выразим величины x, y, u, v, относящиеся к моменту времени $n+2$, через их значения в момент n. Затем заменой переменных попытаемся свести полученное отображение к виду (4), вообще говоря, с другими λ, α, β. Если это удастся сделать, будут найдены РГ-уравнения — выражения, связывающие новые и старые значения параметров. Эти уравнения являются мощным инструментом для изучения динамики системы на больших интервалах времени. Действительно, новое отображение аналогично по форме исходному, поэтому к нему можно вновь применить ту же самую процедуру. Выполняя ее N раз, мы сводим задачу о нахождении состояния системы через 2^N единиц времени к однократному применению отображения (4), значения параметров в котором определяются с помощью РГ-уравнений.

Фактическое получение РГ-уравнений облегчается использованием симметрии отображения относительно обращения времени. Ограничимся рассмотрением класса решений, удовлетворяющих условию $x_n=x_{-n}$, $y_n=y_{-n}$. Тогда, как видно из (5),

$$x_1={}^1/_2(\lambda-x_0^2-y_0^2),\quad y_1={}^1/_2(-2x_0+\alpha+\beta x_0)y_0, \tag{6}$$

$$x_2=\lambda-x_1^2-y_1^2-x_0,\quad y_2=(-2x_1+\alpha+\beta x_1)y_1-y_0. \tag{7}$$

Подставим (6) в (7) и попытаемся привести полученные выражения для x_2, y_2 к виду (6). Рассматривая только область небольших x_0, y_0, оставим в выражениях для x_2, y_2 члены, имеющие по x_0, y_0 степень не выше 2. Да-

---

[2] Ранее сходный метод был применен для анализа изолированной системы, описываемой отображением $x_{n+1}+x_{n-1}=f(x_n)$ [5].

лее, выполняя замену переменных

$$x=\frac{1-X}{\lambda},\quad y=\frac{Y}{\lambda(1-\alpha^2/2\lambda)^{1/2}},\tag{8}$$

окончательно имеем

$$X_2={}^1/_2(\lambda'-X_0{}^2-Y_0{}^2),\quad Y_2={}^1/_2(-2X_0+\alpha'+\beta'X_0)Y_0,$$

где

$$\lambda'=3-2\lambda^2+\lambda^3/2,\tag{9}$$

$$\alpha'=-(\lambda+2/\lambda)\alpha-2\beta+\alpha^2+\beta^2/2+\alpha\beta\lambda/2+\alpha\beta/\lambda,\tag{10}$$

$$\beta'=2\beta+2\alpha/\lambda-\beta^2/2-\alpha\beta/\lambda.\tag{11}$$

Соотношения (9) — (11) представляют собой искомые РГ-уравнения.

3. Неподвижная точка РГ-уравнений. Два типа связи

У системы уравнений (9) — (11) имеется неподвижная точка

$$\lambda=\lambda_c=4{,}13264;\ \alpha=0;\ \beta=0.\tag{12}$$

Пусть $\lambda=\lambda_c+K\Lambda$, $\Lambda\ll1$, $\alpha\ll1$, $\beta\ll1$. Тогда в линейном приближении из (9) — (11) получаем

$$\begin{pmatrix}\Lambda\\ \alpha\\ \beta\end{pmatrix}'=\hat M\begin{pmatrix}\Lambda\\ \alpha\\ \beta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\lambda_c+{}^3/_2\lambda_c{}^2 & 0 & 0\\ 0 & -\lambda_c-2/\lambda_c & -2\\ 0 & 2/\lambda_c & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\Lambda\\ \alpha\\ \beta\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}-4\lambda_c+{}^3/_2\lambda_c{}^2 & 0\ \ 0\\ 0 & \\ 0 & \hat C\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\Lambda\\ \alpha\\ \beta\end{pmatrix}.\tag{13}$$

Матрица $\hat M$ естественным образом разбивается на блоки, причем блок $\hat C$ осуществляет преобразование функции связи, представленной вектором параметров $\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}$. Матрица $\hat M$ имеет три собственных числа, которые все превышают по модулю 1, а именно: $\delta_H=9{,}08768$; $\nu_1=-4{,}6692$; $\nu_2=1{,}85033$. Собственные числа ν_1 и ν_2 относятся к блоку $\hat C$. Таким образом, наш анализ свидетельствует о наличии трех неустойчивых направлений в пространстве параметров около неподвижной точки (12).

Если бы при построении процедуры РГ мы задали бы функцию связи в виде $\varphi(x)=\alpha+\beta x+\ldots+\gamma x^m$, то матрица-блок $\hat C$ имела бы размер $m\times m$ и соответственно m собственных чисел. Вопрос о том, сколько из них превышают по модулю 1, нетривиален. Однако результаты численных расчетов, выполненных с различными гладкими функциями связи, подтверждают вывод о наличии именно трех неустойчивых направлений (см. Приложение). Численный расчет дает критическое значение параметра $\lambda_c=4{,}1361669$ и следующие величины собственных чисел: $\delta_H=8{,}7210972$ [5], $\nu_1=-4{,}4039$, $\nu_2=1{,}8510$, что хорошо согласуется с нашими приближенными результатами.

Выпишем собственные векторы матрицы $\hat M$, выбирая нормировку из соображений удобства (см. Приложение):

$$\mathbf{a}_0=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\quad \mathbf{a}_{1,2}=\begin{pmatrix}0\\ \alpha_{1,2}\\ \beta_{1,2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ \lambda_c(\nu_{1,2}-2)/d\\ 2/d\end{pmatrix},\tag{14}$$

$$d=(1+\lambda_c)^{1/2}-1-\lambda_c+\lambda_c\nu_{1,2}/2.$$

Здесь $\alpha_1=2{,}20923$; $\beta_1=-0{,}16533$; $\alpha_2=-0{,}64682$; $\beta_2=2{,}09147$.

Представим теперь результат преобразования параметров Λ, α, β при N-кратном применении преобразования РГ в виде линейной комбинации собственных векторов матрицы $\hat{M}$:

$$\begin{pmatrix} \Lambda \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_N = \Lambda\delta_H{}^N\mathbf{a}_0+c_1\nu_1{}^N\mathbf{a}_1+c_2\nu_2{}^N\mathbf{a}_2. \tag{15}$$

Коэффициенты разложения определяются по известным параметрам Λ, α, β исходного (затравочного) отображения. Полагая $N=0$, находим из (15)

$$c_1=0{,}46338\alpha+0{,}14330\beta,\quad c_2=0{,}03663\alpha+0{,}48946\beta. \tag{16}$$

Итак, после N-кратного РГ-преобразования при достаточно большом N любая функция связи представляется в виде комбинации двух составляющих, которые будем трактовать как два типа связи (взаимодействия). Преобразование РГ соответствует умножению одной из этих составляющих на ν_1, а второй — на ν_2. Для полной характеристики связанных систем в асимптотике больших N необходимо, таким образом, задать два коэффициента c_1 и c_2, определяющих связь, и величину Λ, т. е. всего три параметра. В соответствии с терминологией теории фазовых переходов, неподвижную точку (12) следует классифицировать как трикритическую [13].

4. О закономерностях универсальности и подобия в окрестности трикритической точки

Проведенный анализ позволяет сделать следующие утверждения.

1) Структура пространства параметров (Λ, c_1, c_2) вблизи трикритической точки обладает масштабной инвариантностью, т. е. переходит сама в себя при изменении масштабов по осям координат соответственно в δ_H, ν_1, ν_2 раз. Иными словами, в точке с координатами (Λ/δ_H, c_1/ν_1, c_2/ν_2) существуют режимы движения, подобные реализующимся в точке (Λ, c_1, c_2), но с увеличенным в 2 раза временным масштабом. Режимы подобны в смысле характера зависимости состояния от времени (периодический, квазипериодический, стохастический) и характера устойчивости движений.

2) Как это обычно бывает при использовании метода РГ, получаемые результаты оказываются применимыми к широкому классу систем, ибо определяются не конкретной затравочной системой, а свойствами самой процедуры РГ [5, 7—14]. Очевидно, наши результаты также применимы для широкого класса связанных гамильтоновых систем; мы предполагаем, что единственным условием этого является наличие перехода порядок — беспорядок через удвоения периода для каждой из связываемых систем в отдельности. Таким образом, структура пространства параметров (Λ, c_1, c_2) вблизи трикритической точки должна быть универсальной. Если двум цепочкам связанных систем отвечает одна и та же точка в этом пространстве, то при надлежащем выборе начальных условий обе цепочки будут демонстрировать подобные движения. Это позволяет предложить следующий метод анализа связанных систем.

Пусть имеется цепочка, описываемая сложными дифференциальными уравнениями. Выполнив некоторый ограниченный объем численных расчетов, следует найти для нее параметры Λ, c_1, c_2. Тогда дальнейшее исследование возможных режимов движения можно проводить, используя достаточно простое отображение типа (5).

Рассмотрим задачу о динамике малого возмущения синфазного режима колебаний осцилляторов при $\lambda=\lambda_c$. Как будет ясно, это позволит 1) убедиться в существовании ровно трех неустойчивых направлений у исследуемой неподвижной точки РГ-уравнений, 2) уточнить значения констант ν_1 и ν_2, 3) указать общий метод вычисления коэффициентов связи c_1 и c_2.

Пусть $x_n=x_{-n}$, $y_n=y_{-n}$, $y_0\ll 1$; в качестве x_0 зададим элемент 2^N-цикла изолированной системы. Разложим величину y_{2^N} в ряд по параметру связи. Считая связь достаточно малой, ограничимся двумя членами разложения: $y_{2^N}(\varepsilon)\approx y_{2^N}(0)+\varepsilon y_0\varkappa_{2^N}$. Значения

$$\varkappa_{2^N}=\frac{1}{y_0}\left[\frac{\partial y_{2^N}}{\partial\varepsilon}\right]_{\varepsilon=0}$$

можно найти а) приближенно методом РГ и б) точным численным расчетом.

а) Запишем N-кратно ренормированное уравнение (6):

$$X_{2^N}={}^1/_2(\lambda_c-X_0^2),\quad Y_{2^N}={}^1/_2[-2X_0+\varepsilon(\alpha_N+\beta_N X_0)]Y_0.$$

Полагая $X_{2^N}=X_0$, из первого уравнения находим $X_0=-1+(1+\lambda_c)^{1/2}$. Дифференцируя второе уравнение по ε и используя (14)—(16), имеем

$$\varkappa_{2^N}=\frac{1}{2}(\alpha_N+X_0\beta_N)=\frac{1}{2}(1,X_0)\begin{pmatrix}\alpha_N\\ \beta_N\end{pmatrix}=c_1\nu_1^N+c_2\nu_2^N.\qquad(\text{П}.1)$$

б) Обратимся к исходному отображению (5). Продифференцируем уравнение для y по ε и выпишем рекуррентные формулы для трех переменных x_n, $\zeta_n=[y_n/y_0]_{\varepsilon=0}$ и $\varkappa_n=y_0^{-1}[\partial y_n/\partial\varepsilon]_{\varepsilon=0}$, которые имеют вид

$$x_{n+1}=\lambda_c-x_n^2-x_{n-1},\ \zeta_{n+1}=-2x_n\zeta_n-\zeta_{n-1},\ \varkappa_{n+1}=-2x_n\varkappa_n-\varkappa_{n-1}+\varphi(x_n)\zeta_n,$$

где $\varphi(x)$ — функция связи. Задавая в качестве x_0 элемент 2^N-цикла, полагая $\zeta_0=1$, $\varkappa_0=0$, $\zeta_1=\zeta_{-1}$, $\varkappa_1=\varkappa_{-1}$, $x_1=x_{-1}$, можно вычислить $\varkappa_{2^N}$.

Если вывод о трикритическом характере неподвижной точки (12) справедлив, то формула (П.1) должна описывать результаты численных расчетов, выполненных с различными по виду функциями связи. Мы вычислили $\varkappa_{2^N}$ при $N=1-6$ для функций связи $\varphi(x)=1, x, \ldots, x^5$. Во всех случаях получено соответствие с формулой (П.1), причем наилучшим оно является при выборе значений констант $\nu_1=-4{,}4039$ и $\nu_2=1{,}8510$. Таким образом, подтверждается возможность представления рассмотренных функций $\varphi(x)$ (а значит, и их линейных комбинаций) в виде суперпозиции двух типов связи уже при $N\geqslant 2$.

Имея набор величин $\varkappa_{2^N}$, константы ν_1 и ν_2 и формулу (П.1), нетрудно вычислить коэффициенты c_1 и c_2 для любой функции связи. В частности, для $\varphi(x)=1$ и $\varphi(x)=x$ получается хорошее соответствие с формулой (16). Этот способ расчета коэффициентов связи можно обобщить и использовать в тех случаях, когда явный вид точечного отображения неизвестен и приходится исходить из дифференциальных уравнений.

Литература

1. *Ферми Э., Паста Дж., Улам С.* В кн.: Энрико Ферми. Научные труды, т. 2. М.: Наука, 1972, с. 645.
2. *Ford J., Lunsford G. H.* Phys. Rev. A, 1970, 1, 59.
3. *Балеску Р.* Равновесная и неравновесная статистическая механика, т. 2. М.: Мир, 1978, с. 354.
4. *Заславский Г. М.* Статистическая необратимость в нелинейных системах. М.: Наука, 1970.
5. *Helleman R. H. G.* In: Fundamental Problems in Statistical Mechanics, vol. 5 / Ed. Cohen E. G. D., Amsterdam and N. Y., North Holland Publ., 1980, p. 165.

6. *Arecchi F. T., List F.* Phys. Rev. Lett., 1982, **49**, 94.
7. *Greene J. M., Mackay R. S., Vivaldi F., Feigenbaum M. J.* Physica D, 1981, **3**, 468.
8. *Eckmann J. P., Koch H., Wittmer P.* Phys. Rev. A, 1982, **26**, 720.
9. *Feigenbaum M. J.* J. Stat. Phys., 1978, **19**, 25.
10. *Синай Я. Г.* В кн.: Нелинейные волны. Стохастичность и турбулентность. Горький: ИПФ АН СССР, 1980, с. 24.
11. *Zisook A. B.* Phys. Rev. A, 1981, **24**, 1640.
12. *Hu B., Mao J. M.* Phys. Rev. A, 1982, **25**, 1196.
13. *Ма Ш.* Современная теория критических явлений. М.: Мир, 1980.
14. *Паташинский А. З., Покровский В. Л.* Флуктуационная теория фазовых переходов. М.: Наука, 1982, с. 242.
15. *Кузнецов С. П.* Письма в ЖТФ, 1983, 9, 94. Известия вузов, Радиофизика, 1982, **25**, 1364.

Саратовский государственный университет

Поступила в редакцию
1.VII.1983

ON A CERTAIN TYPE OF BEHAVIOR OF COUPLED SYSTEMS

S. P. Kuznetsov, G. M. Kolosova

The dynamics of a hamiltonian system consisting of two identical oscillators excited by periodic pulses is investigated by the renormalization group technique. The pulse intensities are assumed to depend nonlinearly on the oscillator coordinate. It is found that three parameters are essential for describing the behavior of the system near the order-disorder transition point (tricritical point). Two of them are characteristic of the coupling between the oscillators and are treated as the coefficients for two fundamental types of interaction between the hamiltonian systems. The structure of parameter space near the tricritical point is of a universal nature and is invariant with respect to scaling transformations along the coordinate axes by 8,7211, −4,4039 and 1,8510 times respectively. It is suggested that the only condition for realization of this type of behavior is the presence of a sequence of period-doubling bifurcations in each of the coupled systems.