

УДК 621.385

## НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПЕНИОТРОНА

Кузнецов С. П., Осип А. Б.

На основе развитой ранее нелинейной аналитической теории исследовано влияние таких факторов, как самовозбуждение на обратной волне, нецентральный встrel пучка, пространственный заряд на КПД и коэффициент усиления пениотрона-усилителя. Показано, что перечисленные факторы существенно ограничивают максимально достижимую величину КПД и коэффициент усиления.

В настоящей статье излагаются результаты решения некоторых задач теории пениотрона [1–2] на основе нелинейной аналитической теории, развитой в [3]. Рассмотрены факторы (самовозбуждение на обратной волне, влияние нецентрального встrelа пучка, влияние пространственного заряда), которые могут существенно сказаться на работе реального пениотрона и ухудшить его характеристики.

Напомним, что в пениотроне полый электронный пучок движется в постоянном магнитном поле  $B_0$  вдоль оси волновода с продольными гребнями (рис. 1, а), вращаясь с циклотронной частотой  $\omega_c$ . Пучок взаимодействует с быстрой волной  $TE_{01}$  в условиях доплеровского резонанса на четных гармониках циклотронной частоты

$$(1) \quad \omega - hv_{\parallel} - 2p\omega_c \approx 0, \\ p = 1, 2, 3, \dots,$$

где  $\omega$  — частота входного сигнала,  $h$  — постоянная распространения волны,  $v_{\parallel}$  — продольная скорость электронов.

Частотам, для которых справедливо условие (1), соответствуют точки пересечения дисперсионной ха-

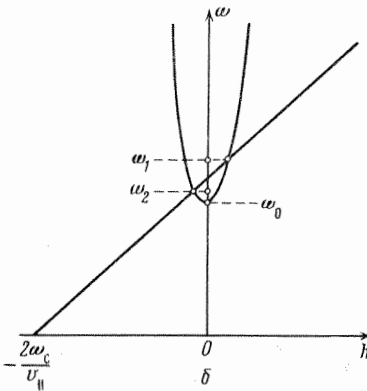
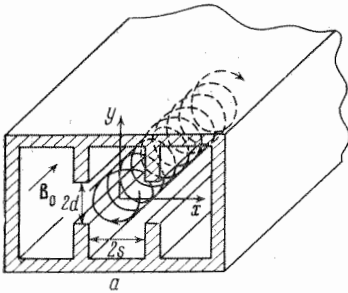


Рис. 1

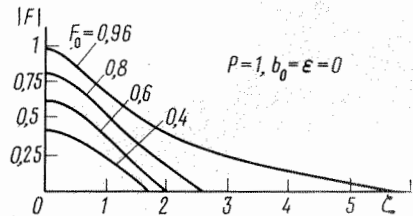


Рис. 2

рактеристики волновода  $\omega^2 - \omega_0^2 = h^2 c^2$  ( $\omega_0$  — критическая частота волновода) и прямой  $\omega = hv_{\parallel} + 2p\omega_c$  (рис. 1, б). При  $2p\omega_c > \omega_0$  таких точек две: одна из них ( $\omega_1$ ) отвечает резонансному взаимодействию пучка с прямой, а вторая ( $\omega_2$ ) — с обратной волной.

При построении пениотрона-усилителя необходимо учитывать возможность его самовозбуждения на обратной волне.

Взаимодействие электромагнитной волны с электронным пучком в пениотроне описывается уравнениями [3]

$$(2) \quad \frac{d\alpha}{d\xi} = -F(\beta^*)^{2p},$$

$$(3) \quad \frac{d\beta}{d\xi} = i\varepsilon|\beta|^2\beta + F\alpha^*(\beta^*)^{2p-1},$$

$$(4) \quad \frac{dF}{d\xi} = ib_0F \mp \alpha\beta^{2p},$$

$$\alpha|_{\xi=0} = 0; \quad \beta|_{\xi=0} = 1; \quad F|_{\xi=0} = F_0,$$

где  $\alpha = \sqrt{2p} \frac{\tilde{\alpha}}{r_0} e^{i2p\varphi_0}$ ,  $\beta = \frac{\tilde{\beta}}{r_0} e^{-i\varphi_0}$ ,  $\tilde{\alpha}$  и  $\tilde{\beta}$  — дрейфовый и циклотронный радиусы вращения электрона,  $\xi = hDz$  — продольная координата,  $F = (\mathcal{E}/2hd_0V_0) (\sqrt{1+\gamma_1^2}/2\gamma_1 - \text{безразмерная амплитуда поля})$ ,  $b_0 = (\omega - hv_{\parallel} - 2p\omega_c)/hDv_{\parallel}$  — параметр рассинхронизма,  $\varepsilon = \omega_c^3 r_0^2 / 2c^2 v_{\parallel} hD$  — параметр релятивистской неизохронности вращения,  $D = g_p D_0 / ((S^2 + d^2)/r_0^2)^p$ ,  $D_0 = (I_0 K / 2V_0) (\sqrt{1+\gamma_1^2}/8)$  — параметр взаимодействия,  $\gamma_{\perp} = \omega_c r_0 / v_{\parallel}$ ,  $I_0$  — ток пучка,  $V_0$  — ускоряющее напряжение,  $K$  — сопротивление связи,  $r_0$  — начальный радиус электронного пучка,  $2s$  и  $2d$  — расстояния между гребнями (см. рис. 1, а),  $g_p$  определяет коэффициент разложения поля  $E$  в ряд по степеням  $Z = \tilde{\alpha} + \beta e^{-i\omega_c t}$ :

$$E = E_x + iE_y = \left[ 1 + \sum_{h=1}^{\infty} g_h \left( \frac{Z^*}{\sqrt{S^2 + d^2}} \right)^{2h} \right] \operatorname{Re} \{ \mathcal{E}(z) \times \exp[-i(\omega t - hz)] \}.$$

Прямой волне в (4) соответствует знак «-», обратной — «+».

Задача о взаимодействии на прямой волне (усилитель) решена в работе [3]. Полагая для генератора

$$(5) \quad F|_{\xi=\xi_k} = 0$$

(отсутствие сигнала на коллекторном конце), получим из (2)–(4) зависимость амплитуды поля от расстояния при генерации на обратной волне (рис. 2)

$$(6) \quad F = \frac{F_0 \sqrt{1 - F_0^2} \cos \sqrt{1 - F_0^2} \xi}{\sqrt{1 - F_0^2} \cos^2 \sqrt{1 - F_0^2} \xi}.$$

Уровень выходного сигнала  $F_0$  (на пушечном конце) и безразмерная длина прибора  $\xi_k$  связана соотношением

$$(7) \quad \xi_k = \pi / 2 \sqrt{1 - F_0^2}.$$

При  $\xi_k \rightarrow \infty$ ,  $F_0 \rightarrow 1$  КПД генератора приближается к 100%. При  $F_0 \rightarrow 0$  из (7) следует пусковое условие

$$\xi_{k, \text{пуск}} = \pi / 2.$$

Заметим, что на частоте  $\omega_2$  сопротивление связи больше (из-за близости к критической частоте), чем на частоте  $\omega_1$ , следовательно, предельно допустимая длина усилителя меньше  $\pi/2$ . Оценим ее величину, предполагая близость  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $2p\omega_c$  к критической частоте  $\omega_0$ .

Аппроксимировав дисперсионную характеристику волновода параболой  $\omega/\omega_0 = 1 + h^2 c^2 / 2\omega_0^2$ , а зависимость сопротивления связи от частоты выражением  $K(\omega) = K_0 / \sqrt{\omega/\omega_0 - 1}$ , найдем

$$(8) \quad \omega_2 = \omega_0 [1 + (X - \sqrt{2X}/n)^2 / X], \quad K(\omega_2) = K(\omega_1) nX / (nX - \sqrt{2X}),$$

где  $X = \omega/\omega_1 - 1$ ,  $n = c/v_{II}$ . На рабочей частоте  $\omega_1$  нормированное условие паразитной генерации дается формулой

$$(9) \quad \zeta_h > \zeta_{h, \text{пуск}} = (\pi/2) \sqrt{1 - \sqrt{2/X/n}}.$$

При  $X = 1/9$ ,  $n = 11,3$  (взяты из [4]),  $\zeta_h = 1,24$ , что дает коэффициент усиления в линейном режиме не более 5,5 дБ.

Исследуем один из возможных способов борьбы с самовозбуждением — секционирование. Рассмотрим прибор, разделенный на несколько секций с длиной, меньшей  $\zeta_{h, \text{пуск}}$ . Каждая секция согласована на концах, секции одинаковы по форме поперечного сечения и электродинамически не связаны друг с другом.

Рассчитаем коэффициент усиления и КПД такого прибора, считая, что в первую секцию встrelивается немодулированный пучок, а на входе

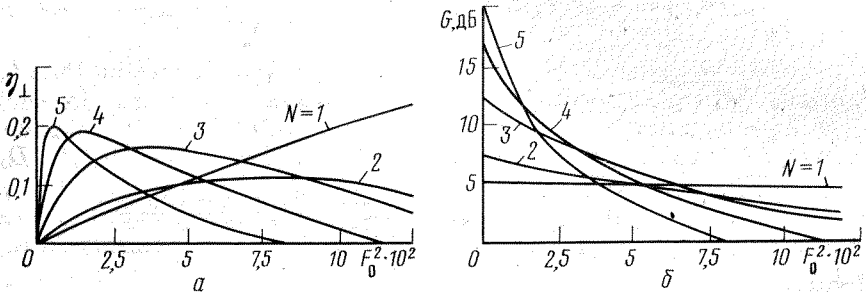


Рис. 3

каждой последующей секции параметры пучка такие же, как на выходе предыдущей<sup>1</sup>, сигнал в начале каждой секции полагается равным нулю.

Амплитуда сигнала находится по следующим рекуррентным формулам (длина каждой секции отсчитывается от ее начала, индексами  $m$  отмечены величины на выходе  $m$ -й секции)

$$(10) \quad A = \frac{F_0}{\sqrt{1-t^2}}, \quad |\beta_1|^2 = \frac{1 - (1+F_0^2)t_1^2}{1-t_1^2}, \quad t_1 = \frac{\text{th}\sqrt{1+F_0^2}}{\sqrt{1+F_0^2}},$$

в  $m$ -й секции

$$A = \sqrt{\frac{1 - |\beta_{m-1}|^2}{S^{-2} - 1}}, \quad |\beta_m|^2 = \frac{|\beta_{m-1}|^2 S^{-2} - 1}{S^{-2} - 1},$$

$$S = |\beta_{m-1}| \text{th} |\beta_{m-1}| \zeta.$$

На рис. 3 приведены зависимости коэффициента усиления и КПД  $\eta_{\perp}$  от входного сигнала  $F_0$  в пениотроне из  $N=1, 2, 3, 4, 5$  секций одинаковой длины  $\zeta_h=1, 2$ . Предельный КПД не превышает 20%, а достаточно большой коэффициент усиления (до 20 дБ) получается только в 5-секционном пениотроне.

При нецентральной встrelе пучка начальные условия для  $\alpha$  и  $\beta$  имеют вид  $\alpha = \Delta r e^{i\theta}$ ,  $\beta = r_0 e^{i\theta_0}$ , где  $\Delta r$  — величина,  $\theta$  — направление смещения центра пучка. В уравнениях (2)–(4) зависимость от начальной фазы не исчезает ( $b_0 = \varepsilon = 0$ ,  $p = 1$ ):

$$(11) \quad \frac{d\alpha}{d\zeta} = -F(\beta^*)^2,$$

$$(12) \quad \frac{d\beta}{d\zeta} = F\alpha^*\beta^*,$$

<sup>1</sup> В пространстве дрейфа при  $F=0$ ,  $\alpha=\beta=0$  дополнительной группировки не происходит.

$$(13) \quad \frac{dF}{d\xi} = -\alpha\beta^2,$$

$$(14) \quad \alpha|_{z=0} = \mu e^{i\varphi}, \quad \beta|_{z=0} = 1, \quad F|_{z=0} = F_0,$$

где  $\mu = \sqrt{2}\Delta r/r_0$ ,  $\varphi = 2\varphi_0 + \theta$ , волнистой чертой обозначено усреднение по  $\varphi$ .

Замена  $\kappa = \alpha\beta^2$ ,  $Y = |\beta|^2$ ,  $\Phi = \int_0^z F d\xi$  с использованием первого интеграла  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 + \mu^2$  (закон сохранения энергии) сводит (11)–(14) к одному уравнению второго порядка

$$(15) \quad \frac{d^2 Y}{d\Phi^2} - 2Y(2 + 2\mu^2 - 3Y) = 0, \quad Y(0) = 1, \quad \kappa(0) = \mu \cos \varphi,$$

совпадающему по форме с уравнением движения некоторого нелинейного осциллятора. Роль координаты играет  $Y$ , времени —  $\Phi$ , скорости — величина  $2\kappa = \frac{dY}{d\Phi}$ .

Согласно закону сохранения энергии, КПД пениотрона равен  $\eta_{\perp} = 1 - Y$ . Как показано в приложении, минимальная величина  $Y$  составляет  $\mu/\sqrt{2}$ , тогда максимальный КПД

$$(16) \quad \eta_{\perp, \text{ макс}} = 1 - \mu/\sqrt{2} = 1 - \Delta r/r_0.$$

Аналогичным методом можно показать, что при  $p=2$  уменьшение  $\eta_{\perp}$  из-за нецентрального встрела пучка пропорционально  $\sqrt{\Delta r/r_0}$ , однако коэффициент пропорциональности аналитически рассчитать не удается.

Учтем влияние полей пространственного заряда (ПЗ) на процессы взаимодействия в пениотроне.

Поле ПЗ в некоторой точке  $\xi_0$ , создаваемое электронами, находящимися в точке  $\xi$  в том же поперечном сечении, описывается выражением

$$(17) \quad E_{\text{ПЗ}} = -\frac{e}{\xi_0^* - \xi^*},$$

где  $e$  — заряд в точке  $\xi$ .

В (17) учтено, что длина волны  $\lambda \gg S, d$ , а также то, что процессы взаимодействия в пениотроне разыгрываются медленно в масштабе циклотронного периода, так что пучок близок к однородному на длине нескольких витков циклотронной спирали. Следовательно, поля ПЗ в поперечном сечении можно с достаточной степенью точности считать двумерными. Малость диаметра пучка по сравнению с поперечными размерами волновода позволяет не учитывать влияние стенок.

Будем считать, что поля ПЗ не искажают качественный вид траекторий электронов, выражение для траекторий которых (18) можно получить из первых интегралов (2)–(4) (см. [3])

$$(18) \quad \xi = ae^{i\varphi} + be^{i\kappa} e^{-i\omega_c t},$$

впоследствии проверим это предположение. В пениотроне без ПЗ  $\varphi = 2\rho\chi$ .

Так как нас интересует влияние ПЗ на процессы взаимодействия в масштабах времени, значительно превышающих циклотронный период (например, в пениотроне, описанном в [4], электроны совершают за время полета не менее 20 оборотов), усредним выражение (17) по циклотронному периоду, а затем проинтегрируем по всем остальным электронам попе-

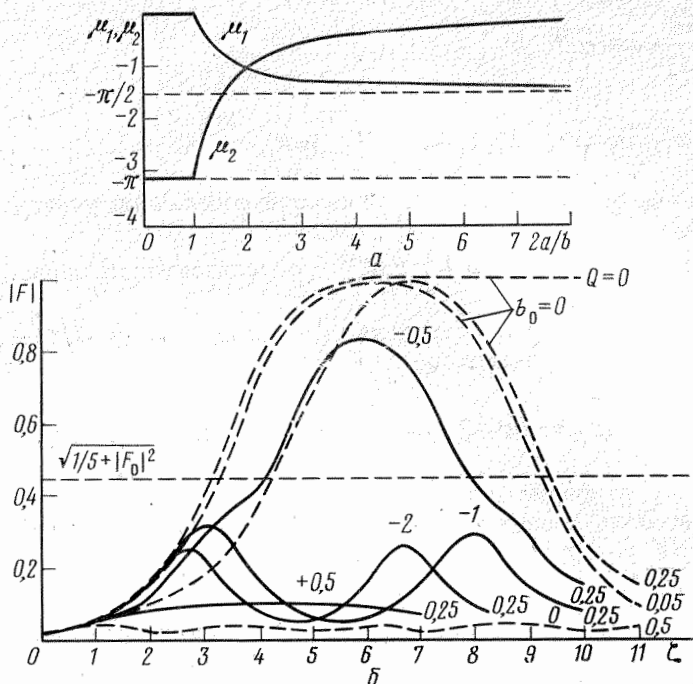


Рис. 4

речного сечения. Рассматривая для простоты случаи  $p=1$ , получим

$$(19) \quad \bar{E}_{\text{ПЗ}} = \begin{cases} 0, & b \geq 2a, \\ -\frac{\arccos b/2a}{ae^{2ix_0}}, & b < 2a; \end{cases}$$

$$\overline{E_{\text{ПЗ}} e^{i\omega_0 t}} = -\frac{\pi}{be^{-ix_0}} + \begin{cases} 0, & b \geq 2a, \\ \frac{2 \arccos b/2a}{be^{-ix_0}}, & b < 2a. \end{cases}$$

Тогда уравнения пениотрона-усилителя с учетом сил ПЗ примут вид

$$(20) \quad \frac{d\alpha}{d\zeta} = -F(\beta^*)^2 - i2\mu_1 Q \frac{\alpha}{|\alpha|^2},$$

$$\frac{d\beta}{d\zeta} = i\varepsilon|\beta|^2\beta + F\alpha^*\beta^* + i\mu_2 Q \frac{\beta}{|\beta|^2},$$

$$\frac{dF}{d\zeta} - ib_0 F = \alpha\beta^2,$$

где

$$\mu_1 = \begin{cases} 0, & b \geq 2a \\ -\arccos b/2a, & b < 2a \end{cases}$$

$$\mu_2 = \begin{cases} -\pi, & b \geq 2a \\ 2 \arccos b/2a - \pi, & b < 2a \end{cases} \text{ (см. рис. 4, а),}$$

$Q = q/8\pi\epsilon_0 h DB_0 r_0^2 v_{\parallel}$  — параметр пространственного заряда,  $q$  — заряд пучка на единицу длины.

Заметим, что выражение (20) имеет те же первые интегралы, что и (2)–(4):

$$(21) \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad \text{и} \quad |\beta|^2 + |F|^2 = 1 + |F_0|^2.$$

Из этого следует, во-первых, что вид траекторий электронов (18) остается неизменным, во-вторых, что в линейной теории влияние ПЗ сведется к поправке к параметру рассинхронизма. Отыскивая решение (20) в виде  $F \sim e^{\Delta t} (|F| \sim e^{x t}, \Delta = x + iy)$ , получим дисперсионное уравнение

$$(22) \quad (\Delta + i2\pi Q) (\Delta - ib_0) = 1,$$

откуда следует, что влияние пространственного заряда на амплитуду поля  $|F|$  в линейном режиме можно «нейтрализовать», взяв  $b_0 = -2\pi Q$ .

Положив  $\alpha = \sin(\Phi/2)e^{i\tau}$ ,  $\beta = \cos(\Phi/2)e^{i\sigma}$ ,  $F = \sin(\Phi/2)e^{i\eta}$  и  $\psi = \eta - \gamma - 2\delta$  для  $|F_0| \ll 1$ , из (20) получим

$$(23) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\psi}{d\xi} = b_0 - \varepsilon(1 + \cos \Phi) + 2 \cos \Phi \sin \psi + 4Q\pi/(1 + \cos \Phi) + \\ + \left\{ \begin{array}{l} 0, \quad \Phi \leq 2 \arcsin \sqrt{1/5 + F_0^2} \\ 4Q[(\cos \Phi - 3)/\sin^2 \Phi] \arccos(\operatorname{ctg} \Phi/2)/2, \quad \Phi > 2 \arcsin \sqrt{1/5 + F_0^2} \end{array} \right\}, \\ \frac{d\Phi}{d\xi} = -\sin \Phi \cos \psi. \end{array} \right.$$

Начальные условия примут вид  $\psi|_{\xi=0} = \pi$ ;  $\Phi|_{\xi=0} = F_0$ .

Решение уравнений (23) для  $\varepsilon = 0$  приведено на рис. 4, б. С увеличением пространственного заряда ( $b_0 = 0$ , пунктирные кривые рис. 4, б) максимальная амплитуда поля в пениотроне (и КПД) падает и достигается при конечной длине прибора. Инкремент нарастания в линейном режиме также падает, что хорошо заметно при  $\xi \approx 0 \div 3$ . Подбором параметра рассинхронизма ( $b_0 = -2\pi Q$ ) можно поднять инкремент нарастания в линейном режиме до величины, соответствующей отсутствию ПЗ ( $Q = 0,25$ , сплошные кривые рис. 4, б), однако при этом падает максимально достижимая амплитуда поля. Зависимость амплитуды поля от длины носит колебательный характер, что говорит о периодической перекачке энергии от электронного пучка к волне.

Оценка параметра ПЗ для пениотрона с параметрами, приведенными в [4], дает  $Q \approx 0,3$ , что, как видно из рис. 4, б, делает принципиально необходимым учет ПЗ при расчете конкретного прибора.

Итак, из проведенных исследований можно сделать следующие выводы, заставляющие весьма сдержанно оценивать перспективы создания пениотрона-усилителя.

1. Самовозбуждение на обратной волне является серьезным препятствием для создания пениотрона-усилителя прямой волны с большим коэффициентом усиления.

2. Простое секционирование не позволяет существенно поднять коэффициент усиления при высоком КПД. Это связано с тем, что группировка электронного пучка в пениотроне происходит одновременно с энергоотбором: когда пучок хорошо сгруппирован, он обладает небольшим запасом энергии и наоборот.

3. Пениотрон, как прибор, чрезвычайно чувствителен к нецентральному вступлению пучка — КПД взаимодействия падает пропорционально отклонению пучка от центра.

4. Анализ влияния пространственного заряда позволяет выделить два режима работы пениотрона-усилителя. Первый режим максимального инкремента нарастания ( $b_0 = -2\pi Q$ ) имеет небольшую максимально дости-

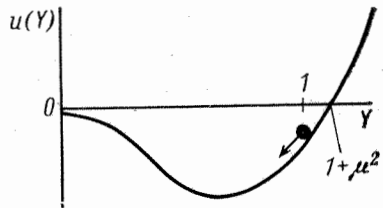


Рис. 5

жимую амплитуду. Второй с меньшим инкрементом ( $b_0=0$ ) позволяет при небольших параметрах ПЗ получать большую максимальную амплитуду.

Такая ситуация характерна практически для всех приборов электроники СВЧ: в режиме максимального усиления КПД не слишком высок; добиваясь большего КПД, проигрываем в коэффициенте усиления. В пениотроне пространственный заряд в значительной степени усугубляет эту ситуацию.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Потенциальная яма осциллятора, описываемого уравнением (15), имеет вид  $U(Y)=Y^2(1+\mu^2)-Y^3$  (см. рис. 5). В начальный момент времени осциллятор запускается из точки  $Y=1$  со скоростью  $2\kappa=2\mu \cos \varphi$ . Для  $\mu=0$  осцилляторы, соответствующие любым электронам, придут при  $\Phi \rightarrow \infty$  в точку  $Y=0$ . Для  $\mu \neq 0$  каждый осциллятор остановится от этой точки на расстоянии  $Y_m(\varphi)$  в момент времени  $\Phi_m(\varphi)$ .

Используя интеграл энергии для осциллятора

$$(II.1) \quad Y^2(1+\mu^2)-Y^3=\kappa^2+\mu^2 \sin \varphi,$$

находим для  $\mu \ll 1$   $Y_m \approx |\mu \sin \varphi|$ .

Найдем решение (15):

а) в окрестности точки  $Y=0$

$$(II.2) \quad Y=Y_m \operatorname{ch} 2(\Phi-\Phi_m),$$

б) при условии  $Y \gg \mu$

$$(II.3) \quad Y=1/\operatorname{ch}^2 \Phi.$$

Сшивая (II.2) и (II.3) в промежуточной области  $Y_m \ll Y \ll 1$ , найдем  $\Phi_m = -\ln(8/Y_m)/2$ . Тогда из (II.2) имеем

$$(II.4) \quad Y=4e^{-2\Phi}+\mu^2 \sin^2 \varphi e^{2\Phi}/16.$$

Как видно из (II.4), минимальная величина  $Y$ , усредненная по  $\varphi$ , составляет  $Y=\mu/\sqrt{2}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Shoichi Ono et al. Proc. of the 4th Internat. congress of microwave tubes. Scheveningen, 3-7 sept, 1962, p. 355-363.
2. Shoichi Ono et al. Tubes pour hyperfrequences. Travaux du 5 congres internat. Paris, 14-18 sept., 1964, p. 96-115.
3. Кузнецов С. П., Трубецков Д. И., Четвериков А. П. Письма в ЖТФ, 1980, т. 6, вып. 3, с. 1164.
4. Dohler G., Gallagher D., Moats R. The Peniotron: a Fast Wave Device for Efficient High Power mm - Wave Generation. Internat. Electr. Devices Meeting, 1978, Washington, dec., D. C. 4-5-6, p. 400-403.

Поступила в редакцию  
10.X.1982