

УДК 621.385

**НЕЛИНЕЙНЫЕ НЕСТАЦИОНАРНЫЕ УРАВНЕНИЯ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА
С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ЗОНЫ
БРИЛЛЮЭНА**

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов

Рассмотрена задача о взаимодействии релятивистского электронного пучка и электромагнитного поля в периодической электродинамической системе. Сформулированы нелинейные нестационарные уравнения и соответствующие граничные условия для случая взаимодействия вблизи границы зоны Бриллюэна. Обсуждаются некоторые результаты численных экспериментов с такой системой.

Системы, в которых электронный поток взаимодействует с электромагнитным полем периодической электродинамической структуры, широко применяются для усиления и генерации колебаний СВЧ диапазона. При исследовании стационарных режимов работы таких систем используются два подхода: волновой, состоящий в выделении синхронной с потоком части поля, и дискретный, основанный на представлении электродинамической структуры в виде эквивалентной схемы или набора связанных многополюсников. Оба эти подхода развивались в течение многих лет, взаимно дополняя и обогащая друг друга, поскольку дискретный подход более приспособлен для анализа конкретных устройств, а волновой — для выяснения общих закономерностей, присущих системам электронный поток — электромагнитная волна.

В последнее время заметное внимание уделяется исследованию нестационарных процессов в системах электронный поток — электромагнитная волна, для чего также применяются волновой [1-3] и дискретный [4, 5] подходы. В случае, когда спектр сигнала лежит в окрестности границы полосы прозрачности (зоны Бриллюэна) электродинамической структуры, нестационарные нелинейные задачи решались до сих пор только с использованием дискретного подхода [4, 5]. В данной статье мы сформулируем уравнения, описывающие нестационарные процессы в системе электронный поток — электромагнитное поле у границы зоны Бриллюэна в рамках волнового подхода, и приведем некоторые результаты численного решения этих уравнений. В прикладном плане результаты этой работы могут быть полезны при исследовании нестационарных и импульсных процессов в лампах бегущей волны на цепочках связанных резонаторов и в релятивистских черенковских генераторах.

1. Нестационарные уравнения возбуждения электродинамической структуры. Наиболее распространенный способ получения нестационарных уравнений состоит в том, чтобы выполнить преобразование Фурье по частоте в соответствующих стационарных уравнениях. Однако при исследовании процессов в окрестности зоны Бриллюэна на этом пути возникают трудности. Действительно, традиционно используемые уравнения возбуждения электродинамической структуры [6] содержат осо-

бенность на критической частоте ω_0 , соответствующей границе зоны. Известна модификация уравнений [7, 9], где особенность устранена, однако и в этих уравнениях зависимости коэффициентов от частоты явно не выражены. По этой причине мы воспользуемся уравнением возбуждения периодической электродинамической системы, предложенным в [8]. Его отличительной чертой является явный вид временных зависимостей, так что необходимость в преобразовании Фурье по частоте отпадает. Выражение для электрического поля выглядит следующим образом [8]:

$$E(x, y, z, t) = \sum_s \sum_n C_{sn}(t) E_{so}(x - nd, y, z) - \text{grad } \Phi(x, y, z). \quad (1)$$

Здесь $E_{so}(x, y, z)$ — соответствующий набор собственных функций, d — период структуры, $\Phi(x, y, z)$ — потенциал поля пространственного заряда, а коэффициенты $C_{sn}(t)$ определяются плотностью возбуждающих токов $j(x, y, z, t)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{sn}(t)}{\partial t} - i \sum_m \omega_{sm} C_{s,n-m}(t) = \\ = - \int j(x, y, z, t) E_{so}^*(x - nd, y, z) dx dy dz. \end{aligned} \quad (2)$$

В формуле (2) интегрирование ведется по всему объему электродинамической системы, ω_{sm} — коэффициенты разложения в ряд Фурье периодической функции $\omega = \omega_s(k)$, определяющей закон дисперсии s -го типа колебаний:

$$\omega_s(k) = \sum_m \omega_{sm} e^{ikmd}. \quad (3)$$

Вслед за [1-3] будем полагать узкими частотный и пространственный спектры электрического поля и тока. Тогда, в частности, в соотношениях (1) — (3) можно оставить один тип колебаний и все суммы по индексу s опустить*. Будем также считать, что собственные функции слабо меняются по толщине электронного пучка, и пренебрегать полем пространственного заряда. Тогда уравнения (1), (2) упрощаются и принимают вид

$$E_x(x, t) = \sum_n C_n(t) E_{0x}(x - nd),$$

$$\frac{\partial C_n(t)}{\partial t} - i \sum_m \omega_m C_{n-m}(t) = - \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{I}(x, t) E_{0x}^*(x - nd) dx, \quad (4)$$

где $\tilde{I}(x, t)$ — переменная составляющая тока пучка. Запишем уравнения (4) в фурье-представлении по координате:

$$E_k(t) = E_{0k} \sum_n C_n(t) e^{iknd},$$

$$\frac{\partial C_n(t)}{\partial t} - i \sum_m \omega_m C_{n-m}(t) = - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{I}_k(t) E_{0k}^* e^{-iknd} dk. \quad (5)$$

После некоторых преобразований, используя формулу $\sum_n e^{iknd} = 2\pi \sum_m \delta(k - 2\pi m/d)$, из соотношений (5) можно получить

* Условием этого является малость ширины частотного спектра по сравнению с шириной полосы непрозрачности, примыкающей к рассматриваемой зоне Бриллюэна.

$$\frac{\partial E_k}{\partial t} - i\omega(k)E_k = -E_{0k} \sum_m \tilde{I}_{k+2\pi m/d} E_{k+2\pi m/d}^* \quad (6)$$

Узость пространственного спектра позволяет считать несинхронными все члены с номерами $m \neq 0$ в правой части уравнения (6) и пренебречь их вкладом*:

$$\partial E_k / \partial t - i\omega(k)E_k = -\omega''(k_0)k_0^3 R(k) \tilde{I}_k / 2. \quad (7)$$

Здесь введено удобное для дальнейшего обозначение $R(k) = = 2|E_{0k}|^2 / \omega''(k_0)k_0^3$, штрихи означают дифференцирование. Пусть спектр сигнала сосредоточен в окрестности критического значения волнового числа k_0 , соответствующего границе зоны Бриллюэна. Тогда можно положить

$$R(k) = R(k_0) + R'(k_0)(k - k_0), \quad \omega(k) = \omega_0 + (\omega''(k_0)/2)(k - k_0)^2. \quad (8)$$

Разложение функции $\omega(k)$ начинается с квадратичного члена, поскольку на границе зоны дисперсионная характеристика $\omega = \omega(k)$ имеет экстремум и $\omega'(k_0) = 0$. Тогда формула (7) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_k}{\partial t} - i\omega_0 E_k - \frac{i\omega''(k_0)}{2}(k - k_0)^2 E_k = \\ = -\frac{\omega''(k_0)k_0^3}{2} [R(k_0)\tilde{I}_k + R'(k_0)(k - k_0)\tilde{I}_k]. \end{aligned} \quad (9)$$

Выполним обратное преобразование Фурье по координате и одновременно перейдем к амплитудам поля и тока $\mathcal{E}(x, t)$, которые связаны с ВЧ полем и током соотношениями $E_x(x, t) = \text{Re}[\mathcal{E}(x, t) \exp(i\omega_0 t - ik_0 x)]$ и $\tilde{I}(x, t) = \text{Re}[J(x, t) \exp(i\omega_0 t - ik_0 x)]$:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \frac{i\omega''(k_0)}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial x^2} = -\frac{\omega''(k_0)k_0^3}{2} \left[R(k_0)J - iR'(k_0) \frac{\partial J}{\partial x} \right]. \quad (10)$$

Это и есть искомое нестационарное уравнение возбуждения.

Установим соответствие между введенным нами параметром $R(k_0)$ и традиционным параметром теории электродинамических волноведущих систем — сопротивлением связи $K(\omega)$. Для этого воспользуемся энергетическими соображениями. Из соотношения (7) несложно получить

$$\partial |E_k|^2 / \partial t = -\omega''(k_0)k_0^3 R(k) \text{Re}[\tilde{I}_k E_k^*]. \quad (11)$$

С другой стороны, $\partial W_k / \partial t = -\text{Re}[\tilde{I}_k E_k^*] / 2$, где W_k — спектральная плотность энергии. Известно, что $W_k = P v_r(k)$, где $P = |E_k|^2 / 2k^2 K(\omega)$ — соответствующий поток мощности, а $v_r(k) = \omega'(k)$ — групповая скорость. Используя эти соотношения и второе из уравнений (8), находим

$$R(k_0) = \lim_{k \rightarrow k_0} \left[K(\omega(k)) \frac{k - k_0}{k_0} \right]. \quad (12)$$

Величину $R(k_0)$ будем далее называть модифицированным сопротивлением связи.

* Это можно сделать, если ширина пространственного спектра мала по сравнению с величиной $2\pi/d$.

2. Уравнения движения. Приведение уравнений к безразмерному виду. Запишем нелинейное релятивистское уравнение движения электронов в следующем виде:

$$\frac{d}{dt} \frac{d\theta/dt}{\sqrt{1 - (\omega_0 - d\theta/dt)^2 k^{-2} c^{-2}}} = \frac{e}{m} \text{Re}[\mathcal{E}(x, t) e^{i\theta}], \quad (13)$$

где $\theta = \omega_0 t - k_0 x$ — фаза электронов относительно волны, c — скорость света, e — заряд электрона, m — его масса покоя. Граничные условия для пучка на входе в пространство взаимодействия имеют вид

$$\theta|_{x=0} = \theta_0, \quad \left. \frac{d\theta}{dt} \right|_{x=0} = \omega_0 - k_0 v_0, \quad (14)$$

где θ — начальное значение фазы, v_0 — скорость электронов, связанная с ускоряющим напряжением u соотношением $v_0^2 = \frac{2eu}{m} \frac{1 + eu/2mc^2}{(1 + eu/mc^2)^2}$.

Выделим составляющую конвекционного тока пучка, спектр которой лежит в окрестности частоты ω_0 . Медленно меняющаяся амплитуда $J(x, t)$ выражается тогда через фазовые координаты электронов соотношением [6]: $J(x, t) = \frac{I_0}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta(x, t, \theta_0)} d\theta_0$, где I_0 — постоянная составляющая тока пучка.

Перейдем далее к безразмерным переменным:

$$\begin{aligned} \xi = \varepsilon k_0 x, \quad I = \frac{J}{I_0}, \quad F = \frac{\mathcal{E}}{k_0 u \varepsilon^2 \gamma_0 (1 + \gamma_0)}, \quad \varepsilon = \left[\frac{I_0 R(k_0)}{u \gamma_0 (1 + \gamma_0)} \right]^{1/4}, \\ \tau = \frac{1}{2} \varepsilon^2 |\omega''(k_0)| t. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь $\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}$ — релятивистский масс-фактор, а ε играет роль параметра взаимодействия, аналогичного параметру Пирса в теории процессов вдали от границы зоны Бриллюэна [3]. Будем, как обычно, считать взаимодействие пучка и поля слабым, чему должны соответствовать малые значения параметра ε . Полагая $\varepsilon \ll 1$, сохраним в соотношениях (11), (13) и (14) члены первого исчезающего порядка по ε . В результате имеем

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} + i\mu \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} = -I,$$

$$I = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0,$$

$$\theta|_{\xi=0} = \theta_0, \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = B, \quad (16)$$

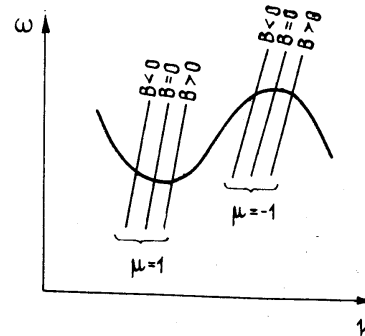


Рис. 1.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = - \left(1 + \nu \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)^{3/2} \text{Re}(F e^{i\theta}),$$

где $\mu = \text{sign } \omega''(k_0)$, $B = \frac{\omega_0 - k_0 v_0}{\varepsilon k_0 v_0}$ — параметр, характеризующий рас-
синхронизм пучка с волной критической частоты. Чтобы пояснить смысл μ и B , на рис. 1 показано взаимное расположение дисперсионных характеристик пучка ($\omega = kv_0$) и периодической структуры при различных B вблизи высокочастотной ($\mu = -1$) и низкочастотной ($\mu = 1$) границ зоны Бриллюэна. В уравнениях (16) оставлен один член, пропорциональный ε ($v = 2\varepsilon\gamma_0^2$). Он может быть не малым в сильно релятивистском случае, когда $\gamma_0 \gg 1$. В нерелятивистском и слабо релятивистском случаях его следует отбросить.

В соответствии с (16) $\Delta\xi \sim 1$ и $\Delta\tau \sim 1$ — это характерные масштабы изменения величин $I(\xi, \tau)$ и $F(\xi, \tau)$. Поскольку $\xi \sim \varepsilon x$ и $\tau \sim \varepsilon^2 t$, то отсюда следует, что малость параметра ε есть условие медленности изменения амплитуд $I(x, t)$, $\mathcal{E}(x, t)$ и, соответственно, узости их пространственного и временного спектров.

3. Постановка граничных условий для поля. При исследовании нестационарных процессов у границы зоны Бриллюэна необходимо учитывать отражения волн от концов электродинамической системы. Это связано с тем известным обстоятельством, что коэффициенты отражения волн от стыков периодической структуры с подводящим и отводящим волноводами сильно меняются с частотой вблизи границы полосы прозрачности, так что оказывается невозможным обеспечить полное согласование в сколь-нибудь широком частотном интервале. С другой стороны, нестационарные процессы характеризуются хотя и малым, но конечным по ширине частотным спектром. Поэтому отдельные спектральные компоненты сигнала неизбежно будут испытывать отражения. В стационарной теории условия на концах системы обычно задают, вводя определенные коэффициенты отражения. Чтобы распространить этот подход на анализ нестационарных процессов, необходимо было бы использовать конкретные частотные зависимости модуля и фазы коэффициентов отражения (взятые из эксперимента или из численных расчетов) и привести их с помощью численного преобразования Фурье к некоторым временным операторам, связывающим комплексные амплитуды падающих и отраженных волн у концов системы. Мы выберем другой, менее громоздкий подход к постановке граничных условий, не использующий разбиение поля на прямую и обратную волны. При этом свойства стыков периодической системы и волноводов характеризуются не коэффициентом отражения, а некоторым новым параметром, плавно зависящим от частоты даже у границы зоны Бриллюэна.

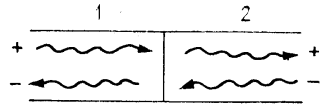


Рис. 2.

Рассмотрим стык однородной 1 и периодической 2 волноведущих систем (рис. 2). Привычный способ описания рассеяния волн на стыке состоит в использовании падающих и отраженных волн $\mathcal{E}_+(x, \omega)$ и $\mathcal{E}_-(x, \omega)$. (Мы предполагаем пока, что все величины изменяются во времени по закону $\sim e^{i\omega t}$.) В этом формализме свойства стыка полностью характеризуются матрицей рассеяния $\hat{A}(\omega)$:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{E}_+ \\ \mathcal{E}_- \end{pmatrix}_1 = \hat{A} \begin{pmatrix} \mathcal{E}_+ \\ \mathcal{E}_- \end{pmatrix}_2, \quad \hat{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Пусть частота внешнего сигнала ω близка к критической частоте ω_0 периодической системы 2 . Тогда разбиение поля внутри этой системы

на падающую и отраженную волны становится неадекватным: каждая компонента, на которые разлагается поле, имеет особенность при $\omega \rightarrow \omega_0$, хотя полное поле особенностей не имеет. Поэтому будем описывать поле в периодической системе 2 с помощью вектора-столбца $\begin{pmatrix} \mathcal{E} \\ \mathcal{E}' \end{pmatrix}$, содержащего амплитуду синхронного поля и его производную по координате. Переход к представлению поля через прямую и встречную волны осуществляется посредством матрицы \hat{T} :

$$\begin{pmatrix} \mathcal{E}_+ \\ \mathcal{E}_- \end{pmatrix}_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1/i\beta(\omega) \\ 1 & -1/i\beta(\omega) \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \mathcal{E} \\ \mathcal{E}' \end{pmatrix}_2 = \hat{T} \begin{pmatrix} \mathcal{E} \\ \mathcal{E}' \end{pmatrix}_2, \quad (18)$$

где $\beta(\omega) = k(\omega) - k_0$. Из (17) и (18) видно, что

$$\begin{pmatrix} \mathcal{E}_+ \\ \mathcal{E}_- \end{pmatrix}_1 = \hat{A} \hat{T} \begin{pmatrix} \mathcal{E} \\ \mathcal{E}' \end{pmatrix}_2. \quad (19)$$

Матрица $\hat{A}\hat{T}$ не имеет особенностей, поскольку не имеют особенностей ни полное поле \mathcal{E} , ни его производная \mathcal{E}' . Поэтому зависимость элементов матрицы $\hat{A}\hat{T}$ от частоты является плавной. При рассмотрении процессов в небольшой окрестности зоны Бриллюэна их можно считать постоянными, т. е.

$$\hat{A}\hat{T}(\omega) \approx \text{const}. \quad (20)$$

Предположим, что на некоторой фиксированной частоте $\omega = \Omega$ от стыка $1-2$ (рис. 2) нет отражений (система согласована). Тогда полагаем

$$\hat{A}\hat{T} = \hat{A}\hat{T} |_{\omega=\Omega}. \quad (21)$$

Нетрудно показать, что для согласованной системы матрица \hat{A} выглядит следующим образом:

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a^* \end{pmatrix}, \quad (22)$$

где $|a| = \sqrt{K_1(\Omega)/K_2(\Omega)}$, $K_{1,2}$ — сопротивления связи для волноведущих систем 1 и 2 на частоте согласования (полагаем, что $\Omega \neq \omega_0$). Тогда

$$\hat{A}\hat{T} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1/ia \\ 1 & -1/ia \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a & a/ia \\ a^* & -a^*/ia \end{pmatrix}, \quad (23)$$

где введено обозначение $\alpha = \beta(\Omega)$. Из соотношений (19) и (23) получаем:

$$\mathcal{E}_+ = \frac{\alpha}{2} (\mathcal{E} + \mathcal{E}'/ia) \quad \text{или} \quad \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} + ia\mathcal{E} = \frac{2ia}{\alpha} \mathcal{E}_+, \quad (24)$$

где \mathcal{E}_+ — амплитуда падающей волны в системе 1 .

Используя (15), можно записать граничные условия (24) в принятых нами безразмерных величинах:

$$\partial F / \partial \xi = -i\kappa F + C, \quad (25)$$

где $\kappa = \frac{\alpha}{k_0 \varepsilon}$, $C = \frac{2ia\mathcal{E}_+}{ak_0 u \varepsilon^2 \gamma_0 (1 + \gamma_0)}$. Заметим, что параметр $\kappa \sim \frac{1}{\varepsilon}$ зависит от тока пучка. Поэтому при проведении конкретных расчетов

следует поддерживать постоянным параметр κl , где l — безразмерная длина периодической структуры. Величина κl определяется только геометрией системы.

Используя соотношение (24) для случая $\mathcal{E}_+ = 0$, нетрудно получить следующее выражение для коэффициента отражения от стыка $l=2$ со стороны периодической системы:

$$\Gamma = [\beta(\omega) - \alpha] / [\beta(\omega) + \alpha]. \quad (26)$$

Эта формула дает частотную зависимость коэффициента отражения вблизи границы зоны Бриллюэна. Вне полосы прозрачности волновое число $\beta(\omega)$ чисто мнимое и $|\Gamma| = 1$. Внутри полосы при приближении к критической частоте ($\omega \rightarrow \omega_0$)

$$\Gamma \approx -1 + (2/\alpha)\beta(\omega) = -1 + (2/\alpha)(k(\omega) - k_0). \quad (27)$$

Используя второе из уравнений (8), получаем $\Gamma + 1 \sim \sqrt{\omega - \omega_0}$, т. е. коэффициент отражения сильно меняется в зависимости от частоты вблизи точки $\omega = \omega_0$, что связано с наличием корневой точки ветвления*. Это подтверждает наше замечание о нецелесообразности использования этого параметра в нестационарной теории.

4. Полная формулировка краевой задачи. Сформулируем целиком нестационарную нелинейную задачу о взаимодействии электронного потока с электромагнитным полем вблизи границы зоны Бриллюэна электродинамической структуры в принятых нами безразмерных переменных:

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} \pm i \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} = -I, \quad \theta|_{\xi=0} = \theta_0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi}|_{\xi=0} = B, \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = - \left(1 + \nu \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)^{3/2} \operatorname{Re}(F e^{i\theta}), \quad \left[\frac{\partial F}{\partial \xi} + i \kappa F \right]_{\xi=0} = C, \quad (28)$$

$$I = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0, \quad \left[\frac{\partial F}{\partial \xi} - i \kappa F \right]_{\xi=l} = 0.$$

Как известно, систему электронный поток — электромагнитное поле вблизи границы зоны Бриллюэна можно использовать как для усиления, так и для генерации колебаний в зависимости от параметров l, B, κ . В соответствии с этим система уравнений (28) допускает два типа задач. Во-первых, можно исследовать временную эволюцию некоторого начального распределения поля $F_0(\xi)$ в отсутствие внешнего сигнала ($C=0$). Во-вторых, можно исследовать усиление сигнала, комплексная амплитуда которого C произвольным образом зависит от времени. Заметим, что усиливаемый сигнал может подаваться и со второго конца системы $\xi=l$. В этом случае следует ввести амплитуду сигнала во второе граничное условие для поля: $\left[\frac{\partial F}{\partial \xi} - i \kappa F \right]_{\xi=l} = C_1(\tau)$.

5. Некоторые численные результаты.** Для численного решения уравнений (28) был разработан неявный конечно-разностный метод и составлена программа для ЭВМ ЕС-1022. Метод имеет второй поряд-

* Отметим, что аналогичную особенность (корневую точку ветвления) имеет на критической частоте и сопротивление связи K [10]. Таким образом, переход от сопротивления связи K к модифицированному сопротивлению связи R аналогичен переходу от коэффициента отражения Γ к не имеющему особенности параметру α .

** Полное изложение и анализ численных результатов не входит в цели данной статьи и составит предмет отдельного сообщения.

док аппроксимации по пространственной координате и первый по временной. На рис. 3 и 4 приведены результаты расчета процесса установления колебаний в системе в отсутствие внешнего сигнала для случая взаимодействия пучка и поля вблизи высокочастотной границы зоны Бриллюэна при следующих значениях параметров: $l=4,5, B=1, \kappa l=4,5, \nu=0$. На рис. 3 показаны зависимости амплитуды поля на концах системы от безразмерного времени. Результаты расчетов показывают (в противоположность режимам одноволнового взаимодействия [1,2]) наличие конечного по величине сигнала на обоих концах системы, что связано со спецификой взаимодействия у границы зоны Бриллюэна: излученное сгруппированным током поле распространяется по электродинамической системе в обе стороны. Доминирование выходного сигнала на левом конце системы ($\xi=0$) объясняется тем, что значение параметра $B=1$ соответствует пересечению дисперсионных характеристик пучка и поля на участке, отвечающем обратной волне (см. рис. 1, случай $B>0, \mu=-1$). Динамика пространственного распределения поля показана на рис. 4. Отметим, что в отличие от [1,2] не наблюдается четко выраженного распространения элементов картины (горбов и впадин) в каком-либо одном направлении. Формирующаяся в результате переходного процесса картина распределения поля имеет волнообразный характер из-за интерференции прямой и обратной составляющих синхронного поля.

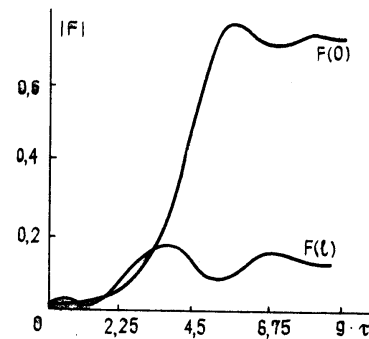


Рис. 3.

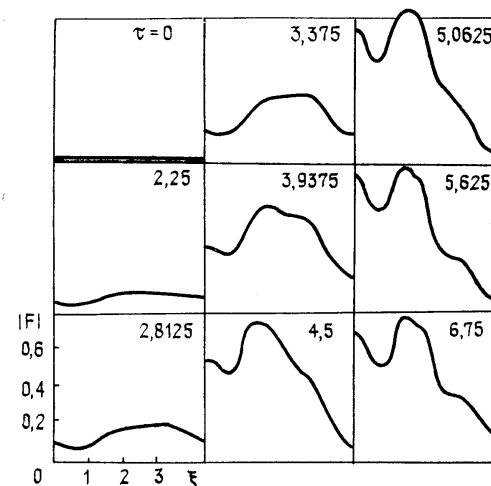


Рис. 4.

В заключение авторы хотели бы выразить благодарность Д. И. Трубецкову за внимание к работе и Л. В. Булгаковой за помощь в программировании задачи и проведении численных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П., Федосеева Т. Н. — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 7, с. 1037.
2. Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР, 1981, с. 101.
3. Электроника ламп с обратной волной. / Под ред. В. Н. Шевчика и Д. И. Трубецкова, — Саратов, 1975.
4. Александров А. Ф., Афонин А. М., Галузо С. Ю., Канавец В. И. и др. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР, 1981, с. 145.
5. Канавец В. И., Мозговой Ю. Д., Слепков А. И. Тезисы докладов X Всесоюзной научной конференции. Электроника сверхвысоких частот. — Минск, 1983, 1, с. 286.
6. Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. — М.: Сов. радио, 1973.
7. Солнцев В. А., Кравченко Н. П. — Радиотехника и электроника, 1978, 23, № 5, с. 1103.
8. Кузнецов С. П. — Радиотехника и электроника, 1980, 25, № 2, с. 419.
9. Аркадакский С. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 7, 896.
10. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 9, с. 1104.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию
25 ноября 1983 г.

NONLINEAR NONSTATIONARY EQUATIONS OF INTERACTION BETWEEN AN ELECTRON BEAM AND ELECTROMAGNETIC FIELD NEAR THE BOUNDARY OF THE BRILLOUIN ZONE

A. P. Kuznetsov, S. P. Kuznetsov

A problem of interaction between a relativistic electron beam and electromagnetic field in the periodical structure is considered. Nonlinear nonstationary equations and corresponding boundary conditions are formulated for the case of interaction near the border of Brillouin zone. Some results of numerical experiments with such a system are discussed.
