



ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ РАЗНЫХ КЛАССОВ КАК МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА С ИМПУЛЬСНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

А. П. Кузнецов, Л. В. Тюрюкина

Обсуждается соответствие моделей в виде динамических систем разных классов на примере нелинейного диссипативного осциллятора с импульсным воздействием. Проведено детальное исследование одномерного отображения: изучены фейгенбаумовские удвоения периода и продемонстрирована возможность нефейгенбаумовских удвоений, даны соответствующие иллюстрации в виде бифуркационных деревьев и итерационных диаграмм, найдены трикритические точки на плоскости параметров (концевые точки фейгенбаумовских линий). Проведено сопоставление со свойствами двумерного отображения, причем показано, что феномен трикритической динамики оказывается адекватным лишь в определенной области параметров.

Введение

При описании сложных колебательных режимов и хаоса в конкретных физических системах возникает проблема выбора класса динамической системы, которая будет моделью исходной. Успехи концепции универсальности в нелинейной динамике отчасти заслонили эту проблему, поскольку исследователи привыкли, что реальные системы и широкий спектр математических моделей демонстрируют такие же закономерности, что и простейшие формальные модели типа логистического отображения. Как оказалось, не все феномены одномерных отображений переносятся на двумерные и далее на потоки и наоборот [1–3]. Таким образом, исследование конкретной системы требует тщательного отслеживания работоспособности той или иной динамической модели и обсуждения вопроса о соответствии описаний на «разных уровнях». Удобным объектом для изучения названной проблемы являются физические системы с импульсным воздействием, поскольку для них удастся получить ряд результатов аналитически. К ним относятся шарик на вибрирующем столе [4,6], ротатор под действием импульсной силы [5], математический маятник с затуханием, находящийся между полюсами электромагнита, периодически включаемого на короткое время [7,8], нелинейный контур под импульсным воздействием [9] и др. В настоящей работе в этом контексте изучен неавтономный нелинейный диссипативный осциллятор.

1. От трехмерного потока к двумерному отображению

Рассмотрим осциллятор с кубической нелинейностью, совершающий колебания в вязкой среде, на который действует внешняя периодическая

импульсная сила. Поведение такой системы описывается следующим дифференциальным уравнением

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x + \beta x^3 = \Sigma C \delta(t - nT), \quad (1)$$

где x – координата осциллятора, γ – коэффициент затухания, ω_0 – собственная частота, T – период следования внешних импульсов, C – их амплитуда.

Получим сначала для рассматриваемой системы двумерное отображение. В промежутке между импульсами правая часть уравнения (1) обращается в ноль. В этом случае можно получить приближенное аналитическое решение, используя метод медленно меняющихся амплитуд. С этой целью представим координату x в виде

$$x = 1/2 a \exp(i\omega_0 t) + 1/2 a^* \exp(-i\omega_0 t). \quad (2)$$

Подставляя это выражение в уравнение (1), с учетом традиционного дополнительного условия

$$a \exp(i\omega_0 t) + a^* \exp(-i\omega_0 t) = 0, \quad (3)$$

после усреднения по времени получим «укороченное» уравнение вида

$$\dot{a} = -1/2 \gamma a + 3/8 i \beta |a|^2 a / \omega_0. \quad (4)$$

Введем действительную амплитуду R и фазу φ с помощью соотношения $a = R \exp(i\varphi)$. Отделив в уравнении (4) действительную и мнимую части, получим

$$\dot{R} = -1/2 \gamma R, \quad \dot{\varphi} = 3/8 \beta R^2 / \omega_0. \quad (5)$$

Решая уравнения (5), найдем следующие зависимости амплитуды и фазы от времени в промежутке между n -м и $(n+1)$ -м импульсами

$$R(t) = R_n \exp(-1/2 \gamma t), \quad (6)$$

$$\varphi(t) = 3/8 \beta R_n^2 / \omega_0 [1 - \exp(-\gamma t)] / \gamma + \varphi_n, \quad (7)$$

где R_n и φ_n – начальные амплитуда и фаза сразу после n -го импульса. Если подставить их в вытекающие из (2), (3) соотношения

$$x(t) = R(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)], \quad (8)$$

$$v(t) = -\omega_0 R(t) \sin[\omega_0 t + \varphi(t)], \quad (9)$$

то мы найдем временные зависимости координаты и скорости осциллятора на рассматриваемом промежутке времени.

К моменту начала $(n+1)$ -го импульса проходит время, равное периоду воздействия T . Соответственно, координата осциллятора и скорость равны $x(T)$ и $v(T)$. В силу дельта-образного характера воздействия сразу после этого импульса координата не изменится, а скорость получит добавку C . Поэтому для координаты и скорости после $(n+1)$ -го импульса из (6)–(9) получаем выражения

$$x_{n+1} = R_n \exp(-1/2 \gamma T) \cos[\omega_0 T + 3/8 \beta |R_n|^2 / \omega_0 [1 - \exp(-\gamma T)] / \gamma + \varphi_n], \quad (10)$$

$$v_{n+1} = -\omega_0 R_n \exp(-1/2 \gamma T) \sin[\omega_0 T + 3/8 \beta |R_n|^2 / \omega_0 [1 - \exp(-\gamma T)] / \gamma + \varphi_n] + C. \quad (11)$$

Эти соотношения удобно записать в комплексной форме, введя комплексную переменную

$$z = (ix + v/\omega_0) \{3/8 \beta / \omega_0 [1 - \exp(-\gamma T)] / \gamma\}^{1/2}. \quad (12)$$

Тогда относительно этой переменной из (10), (11) с учетом (8), (9) получаем искомое отображение

$$z_{n+1} = A + Bz_n \exp[i(|z_n|^2 + \psi)], \quad (13)$$

где новые параметры A , B и ψ определяются через параметры исходной системы следующим образом:

$$A = C/\omega_0 \{3/8\beta/\omega_0 [1 - \exp(-\gamma T)]/\gamma\}^{1/2}, \quad B = \exp(-1/2\gamma T), \quad \psi = \omega_0 T. \quad (14)$$

Заметим, что точно такое же отображение было получено Икедой [10] для оптического кольцевого резонатора со средой с фазовой нелинейностью. Таким образом, отображение (13) допускает разнообразные физические интерпретации, что неудивительно в силу весьма общих предположений, использованных при его выводе.

Отображение (13) является одной из эталонных моделей нелинейной динамики. Например, в [14] можно найти его детальный бифуркационный анализ. В дополнение к этим результатам мы представляем на рис. 1, а карту динамических режимов для значения фазы $\psi=0$. На карте оттенками серого цвета отмечены области существования циклов различных периодов, обозначенных соответствующими цифрами. Черный цвет отвечает хаосу. На картах располагаются многочисленные точки сборки с отходящими от них линиями касательных бифуркаций, а также разнообразные по форме области циклов удвоенного периода. Область хаоса насыщена типичными для двухпараметрических систем структурами «crossroad area»*, представляющими характерные композиции линий касательных бифуркаций и удвоенных периода. Несколько таких композиций на базе долгопериодических циклов показаны на рис. 1, б в увеличенном масштабе. Заметим, что карты для других значений ψ качественно не отличаются.

Рассмотрим вопрос о соответствии описания исходной системы с помощью дифференциального уравнения (1) и двумерного отображения (13). Для этого построим карты (рис. 2) динамических режимов для осциллятора и отображения

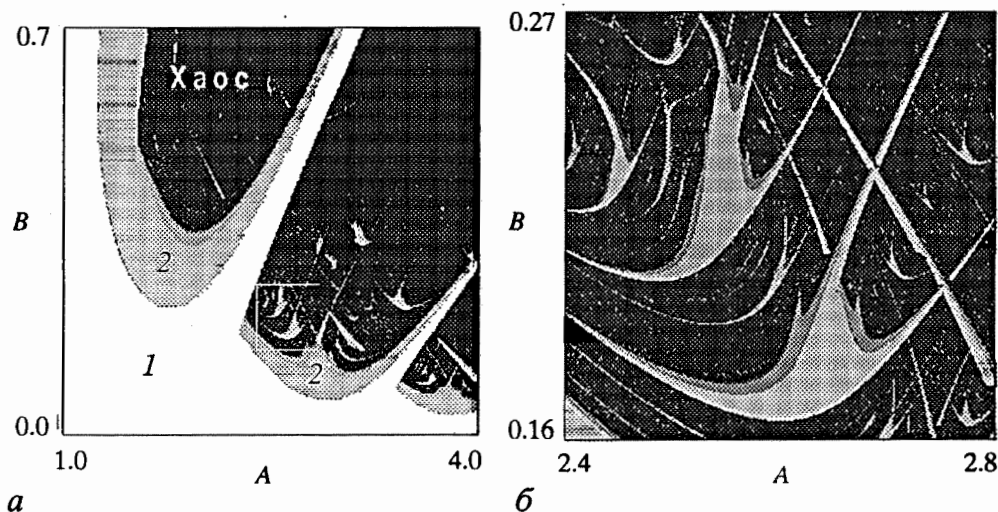


Рис. 1. а – карта динамических режимов на плоскости параметров для отображения Икеды при $\psi=0$; б – увеличенный фрагмент

* Термин «crossroad area» – перекресток – принадлежит Миру [11] и отвечает тому, что область устойчивости цикла имеет два характерных пересекающихся отростка. Некоторые исследователи называют такие композиции «ласточками», ассоциируя расходящиеся области удвоений с «крыльями».

(13) в пространстве параметров осциллятора (W, C) , где $W=2\pi/T$ – частота внешних импульсов, C – амплитуда импульсов. В верхнем ряду – карты исходной дифференциальной системы, полученные с помощью метода сечений Пуанкаре; в нижнем – отображения (13). Пересчет параметров отображения осуществлен с помощью соотношений (14), причем собственная частота осциллятора ω_0 положена равной единице, что всегда можно сделать перенормировкой.

На картах в области существования неподвижной точки располагаются точки сборки с отходящими от них линиями касательных бифуркаций. Теперь они отвечают резонансу в неавтономном осцилляторе на его собственной частоте и на ее субгармониках. В окрестности каждого резонанса реализуется сложная картина различных динамических режимов.

Можно видеть, что при значении параметра диссипации $\gamma=0.2$ соответствие карт неудовлетворительное. Это означает, что такая диссипация слишком велика для работоспособности метода медленно меняющихся амплитуд. При значении $\gamma=0.05$ уже наблюдается достаточно хорошее сходство картинок. Особенно это относится к области резонанса на далеких субгармониках, то есть к области малых частот W . Причина состоит в том, что чем меньше частота воздействия, тем дольше осциллятор колеблется в промежутке между импульсами, и тем эффективнее метод медленно меняющихся амплитуд.

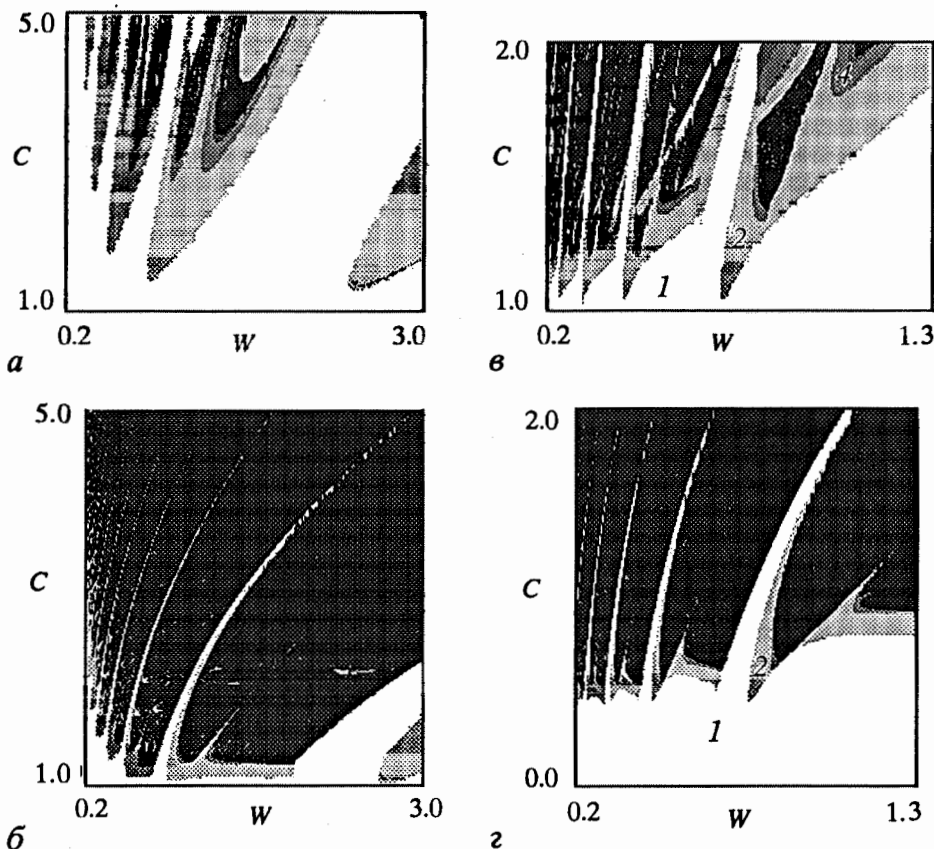


Рис. 2. Сопоставление карт динамических режимов дифференциальной системы (а, в) и двумерного отображения Икеды (б, з) на плоскости параметров (амплитуда – частота внешнего воздействия) при $\beta=1, \gamma=0.2$ (а,б) и $\gamma=0.05$ (в,з)

2. Одномерное необратимое отображение

Для того чтобы двумерное отображение адекватно аппроксимировалось одномерным, необходимо сильное сжатие облака изображающих точек в фазовом пространстве, то есть сильная диссипация. На первый взгляд, это противоречит условию применимости использованного в предыдущем разделе метода медленно меняющихся амплитуд. Однако в соответствии с (14) параметр B уменьшается при продвижении в область субгармонических резонансов, то есть как раз в область эффективности метода медленно меняющихся амплитуд. Кроме того, как мы покажем в разделе 3, для работоспособности одномерного отображения есть более глубокие основания.

Построим соответствующее одномерное отображение. Вслед за [12] предположим, что параметр B мал, и что переменную z можно представить в следующем виде: $z_n = A + \tilde{z}_n$, где \tilde{z}_n – малая добавка. Для величины \tilde{z}_n из соотношения (13) получим

$$\tilde{z}_{n+1} = AB \operatorname{вехр}[i(A^2 + A(\tilde{z}_n + \tilde{z}_n^*) + \psi)]. \quad (15)$$

Полагая $x = A(\tilde{z} + \tilde{z}^*) + A^2 + \psi$, приходим к следующему одномерному отображению для переменной x

$$x_{n+1} = \lambda \cos x_n + \phi, \quad (16)$$

где новые параметры λ и ϕ выражаются через параметры отображения (13) следующим образом:

$$\lambda = 2A^2B, \quad \phi = A^2 + \psi. \quad (17)$$

Переход к одномерному отображению привел к уменьшению числа существенных параметров с трех до двух.

Заметим, что отображение (16) описывается очень простым выражением и неудивительно, что оно представляет интерес и само по себе. Например, им описывается акустооптическая система с запаздыванием [17].

Обсудим теперь подробнее сложную динамику отображения (16). На рис. 3, *a* показана соответствующая карта динамических режимов. На ней можно видеть объекты, аналогичные имеющимся на карте для отображения Икеды, а именно, линии касательных бифуркаций, области режимов с удвоенным периодом, а также области типа «crossroad area».

Отображение (16) демонстрирует переход к хаосу по Фейгенбауму [4–6], что иллюстрируется бифуркационным деревом (рис. 4, *a*), построенным вдоль линии $\phi=0$, и серией итерационных диаграмм, демонстрирующих удвоенные циклы максимальной устойчивости, опирающиеся на экстремум отображения (рис. 4, *b–d*). Соответствующая последовательность значений λ накапливается по закону геометрической прогрессии с фейгенбаумовской универсальной константой $\delta=4.669\dots$

Отображение (16) демонстрирует, однако, и нефейгенбаумовские каскады удвоений. Один из них наблюдается вдоль линии $\lambda=\pi-\phi$, которая отвечает дополнительному условию, что максимум отображается точно в минимум. Бифуркационное дерево в этом случае (рис. 5, *a*) отличается от фейгенбаумовского случая, в частности, имеются более широкие окна периодичности. Циклы же максимальной устойчивости опираются не на один, а сразу на два экстремума (рис. 5, *b–d*). Соответствующие значения параметра λ накапливаются с другой универсальной константой $\delta=7.28469$ к точке $\lambda_T=2.18603861533$. Подобные точки в [13] названы трикритическими и являются концами фейгенбаумовских линий на плоскости параметров [1–2].

Отметим также, что отображение (16) демонстрирует нефейгенбаумовский каскад удвоений и вдоль линии $\lambda=\phi$, для которой выполняется условие отображения минимума в максимум. На рис. 6 показаны «портреты» аттракторов в трикритических точках для двух рассмотренных случаев.

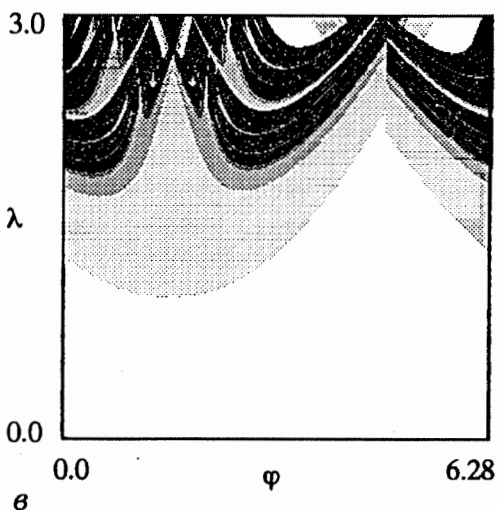
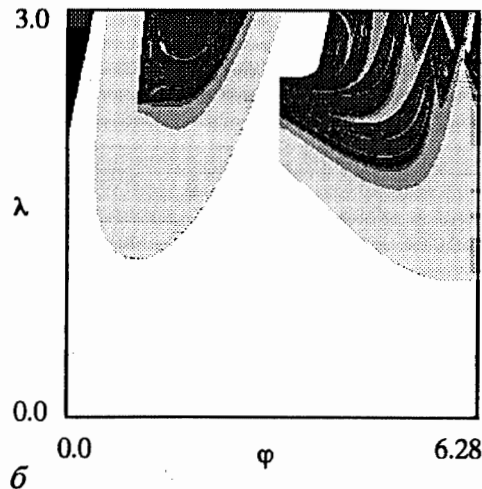
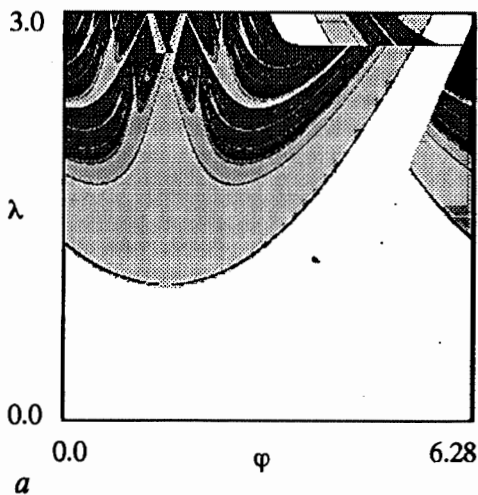


Рис. 3. Сопоставление карт динамических режимов одномерного (а) и двумерного (б, в) отображений на плоскости параметров (λ, φ) для области малых значений параметра A (б) и для области достаточно больших значений параметра A (в)

3. От одномерного к двумерному отображению

Рассмотрим подробнее вопрос о соответствии описания в терминах одномерного отображения (16) и двумерного отображения (13). Прежде всего сравним карты динамических режимов на *плоскости параметров одномерного отображения* (λ, φ) для этих двух случаев. Заметим, что косинус периодическая функция, поэтому плоскость параметров отображения (16) будет иметь периодическую структуру. (На рис. 3, а представлена ее часть, отвечающая вариации фазы φ в пределах одного периода, от нуля до 2π .) На карте динамических режимов для отображения Икеды это позволяет выделить элементарные «ячейки» (рис. 7, а). Они представляют собой области, ограниченные линиями $B = \lambda / (2A^2)$ ($\lambda = 3$ — отвечает верхней границе карты одномерного отображения), $A = [2\pi(n-1)]^{1/2}$ и $A = (2\pi n)^{1/2}$ (n — номер ячейки).

Теперь более подробно рассмотрим область 1, соответствующую малым значениям параметра A , и область 3, соответствующую достаточно большим значениям A . Трансформируем эти области в переменные λ, φ и сравним их с картой динамических режимов для отображения (16) (см. рис. 3). Из этого

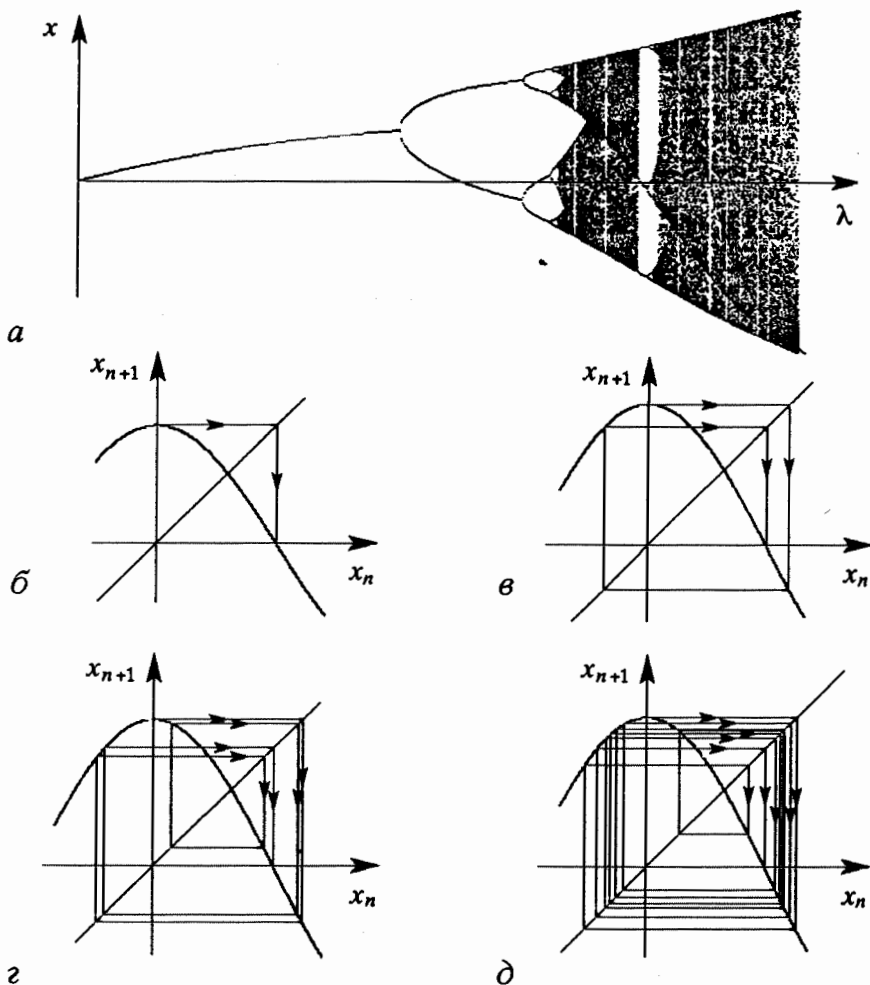
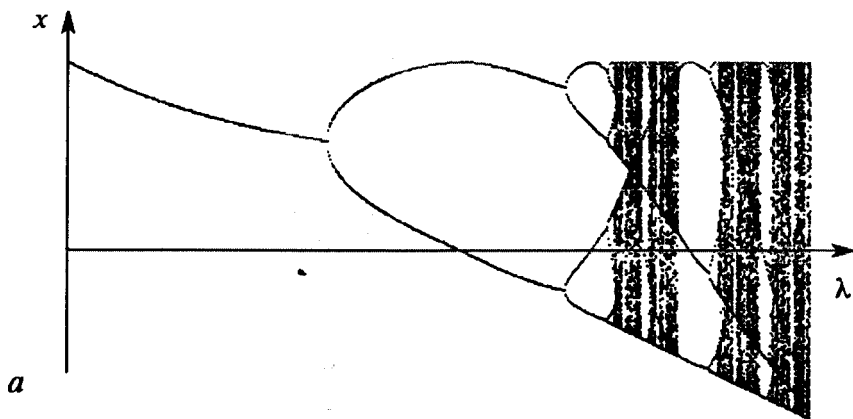


Рис. 4. *a* – бифуркационное дерево для отображения (16) в случае $\varphi=0$; *б-д* – итерационные диаграммы циклов максимальной устойчивости периода 2–16 для различных значений параметра λ : *б* – 1.57079633, *в* – 1.88740798, *г* – 1.95565631, *д* – 1.99763129

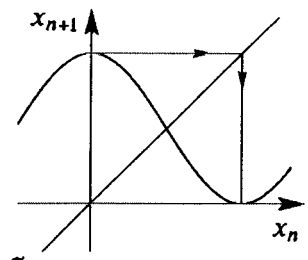
сравнения следует, что полученная для области 1 картинка (рис. 3, б) мало похожа на карту динамических режимов для одномерного аппроксимирующего отображения (рис. 3, а), а картинка (рис. 3, в) для области 3 демонстрирует существенно большее сходство.

Как ясно из вывода одномерного отображения, эффективность соответствующего приближения определяется степенью выполнения условия $B \ll A$. При переходе к «ячейкам» со все более высокими номерами параметр B падает, а параметр A увеличивается, так что возрастание эффективности одномерной аппроксимации понятно. Для случая, отвечающего рис. 3, б, мы имеем значения $B \sim 0.3$, $A \sim 1.5$, а для рис. 3, в – $B \sim 0.05$, $A \sim 5.0$. Степень соответствия картинок для одномерного и двумерного отображений находится в разумном соответствии с соотношением этих величин.

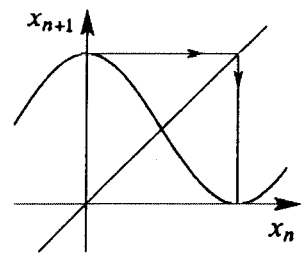
Как мы отмечали, для одномерного отображения характерны трикритические точки, являющиеся концевыми для фейгенбаумовских линий перехода к хаосу, и были найдены две из них, отвечающие отображению максимума в минимум и наоборот. С помощью соотношений (17) мы можем определить, какие точки отвечают им на плоскости параметров (A, B) двумерного



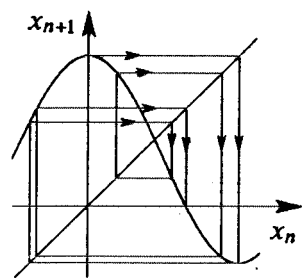
a



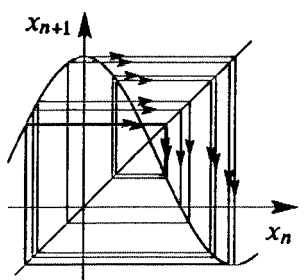
б



в



г



д

Рис. 5. а – бифуркационное дерево для отображения (16) в случае $\lambda = \pi - \varphi$; б–д – итерационные диаграммы циклов максимальной устойчивости периода 2–16 для различных значений параметра λ : б – 1.57000100, в – 2.09330461, г – 2.17229248, д – 2.18319192

отображения. Соответствующая конфигурация показана на рис. 7, б. В силу периодичности косинуса мы вместо двух исходных точек имеем целую систему. Окрестность каждой пары из них в рамках одномерной аппроксимации дается рис. 3, а. Сопоставление рис. 7, б, 3, а и рис. 1 говорит о том, что такая конфигурация с характерным устройством плоскости параметров проявляется в двумерном отображении.

С помощью ренормгруппового анализа, однако, установлено, что трикритические точки на плоскости параметров при введении второго измерения не выживают, а реализуются лишь приближенно, причем тем лучше, чем лучшую аппроксимацию обеспечивает одномерное отображение [1–3]. Таким образом, на глубоких уровнях разрешения карты двумерного отображения в окрестности точки, отвечающей трикритической, соответствующая универсальная структура плоскости параметров все равно разрушится. Когда это произойдет – зависит от степени эффективности аппроксимации одномерного отображения. Так, сопоставление рис. 3, а и б говорит о том, что для первой «ячейки» эта структура разрушена уже полностью.

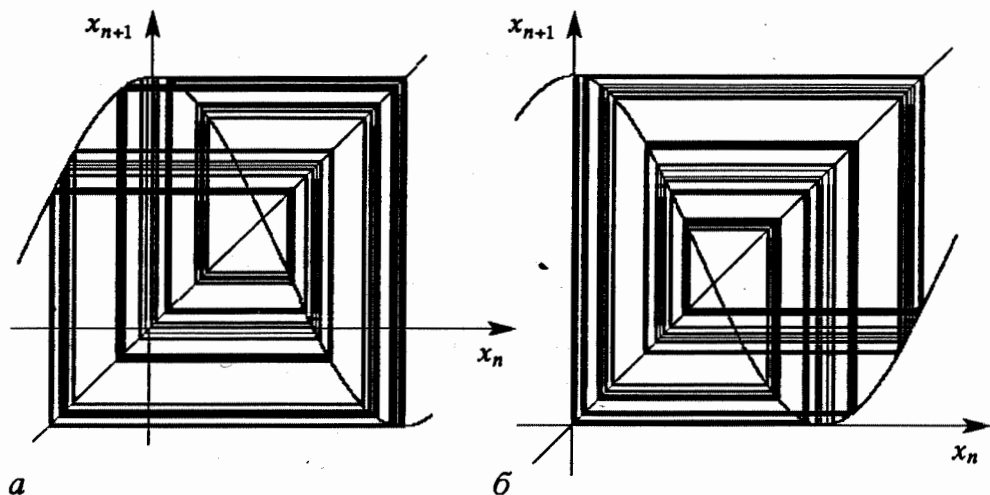


Рис. 6. «Портреты» аттракторов в трикритической точке $\lambda_T = 2.18603861533$ для отображения (16) в случае $\lambda = \pi - \varphi$ (а) и $\lambda = \varphi$ (б)

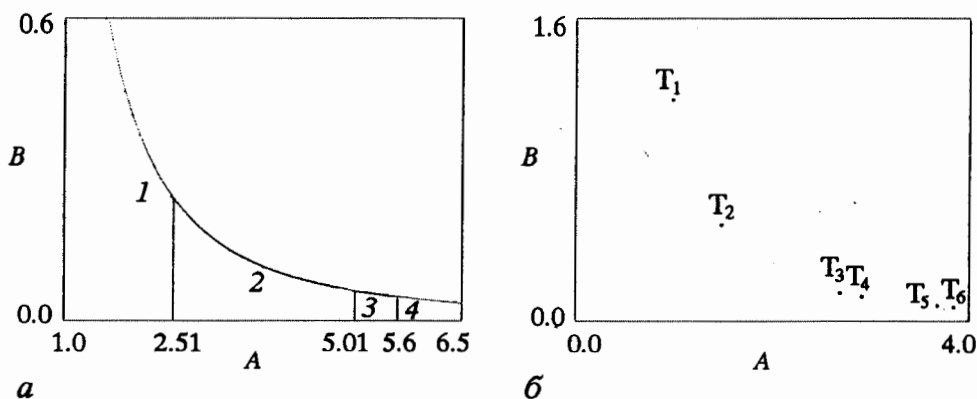


Рис. 7. а – плоскость параметров для отображения Икеды (каждая выделенная область отвечает фрагменту плоскости параметров одномерного отображения рис. 3, а); б – множество трикритических точек на плоскости параметров (A, B) , предсказанное на основе одномерной модели

Заключение

В настоящей работе были введены в рассмотрение все три класса динамических систем, получены двумерное и одномерное необратимые отображения для нелинейного диссипативного осциллятора с кубической нелинейностью под импульсным воздействием. Для всех моделей были построены карты динамических режимов и проведено обсуждение их соответствия.

Мы констатируем, прежде всего, что в случае систем со сложной динамикой работоспособность тех или иных приближений требует обсуждения не только с позиций физических мотивов, но и с позиций самих феноменов сложной динамики (особенно это относится к глобальной бифуркационной картине, точкам и линиям накопления бифуркаций). Ситуация усложняется тем, что когда речь идет о наиболее сложно устроенных областях на плоскости параметров, присущая феноменам нелинейной динамики универсальность оказывается не столь простой, как при однопараметрическом анализе.

В рассмотренном случае эффективность приближенного подхода при переходе от описания в терминах дифференциальных уравнений к двумерным отображениям оказывается ниже, нежели в аналогичной ситуации при переходе от двумерного отображения к одномерному. Так, для осциллятора тонкая структура долгопериодических областей на плоскостях параметров (частота – амплитуда воздействия) в окрестностях резонансов (точек сборки) передается все же плохо. В то же время, тонкая структура в окрестности точек сборки для двумерного отображения превосходно описывается одномерным.

Проведенное исследование подтверждает выводы ренормгруппового анализа о том, что соотношение одномерных и двумерных отображений тривиально только при однопараметрическом анализе. Так, фейгенбаумовская универсальность «одинакова» в обоих случаях. С другой стороны, для одномерных отображений характерны точки накопления ситуаций типа «crossroad area» на базе циклов возрастающих периодов со своей универсально устроенной окрестностью, которые являются концевыми точками фейгенбаумовских линий на плоскости параметров. Для двумерных отображений соответствующая картина имеет место как некоторая промежуточная асимптотика, работоспособность которой, однако, может быть весьма высокой. Поэтому даже «беглый» взгляд на карту динамических режимов двумерного отображения может выявить соответствующие области на плоскости параметров и позволяет судить о возможности одномерной аппроксимации. При исследовании новых систем это, конечно, важная качественная информация.

В рамках настоящей работы нелинейный осциллятор был скорее инструментом, нежели предметом исследования. Тем не менее, скажем несколько слов о моделировании осцилляторов дискретными отображениями. В работах Б.П. Безручко с соавторами развивается интересный и продуктивный подход к такому моделированию [9]. В его рамках рассматривается дискретное воздействие на осциллятор, состоящее в том, что координата периодически получает фиксированную по величине добавку. В этом случае, однако, дискретная модель принципиально одномерна, и рассмотренные в настоящей статье вопросы выпадают из поля зрения. Для описания осцилляторов с гармоническим возбуждением Парлитц с соавторами в серии очень интересных работ [15,16], посвященных сложной динамике осциллятора с гармоническим возбуждением, предлагает модель в виде двумерного отображения «twist-and-kick map» (отображение с закручиванием и ударами). Фактически, это отображение (13). Авторы, однако, исследуют другие проблемы и не проводят никакого сопоставления по параметрам, ограничиваясь констатацией самого факта существования структур типа «crossroad area» и подобных им структур «spring area» [11] для осциллятора и модели. В контексте сопоставления динамических систем разных классов такой подход, как мы видели, недостаточен. Необходимо более детальное двухпараметрическое исследование.

Авторы выражают благодарность С.П. Кузнецову за плодотворное обсуждение работы.

Работа поддержана грантами РФФИ № 97-02-16414, ФЦП «Интеграция» № 696.3 и Министерства образования РФ № 97-0-8.3-88.

Библиографический список

1. Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Sataev I.R. A variety of period-doubling universality classes in multi-parameter analysis of transition to chaos // *Physica D*. 1997. Vol. 109. P. 91.
2. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Сатаев И.Р. Коразмерность и типичность

в контексте проблемы описания перехода к хаосу // Регулярная и хаотическая динамика. 1997. Т. 2, № 3/4. С. 90.

3. *Kuznetsov S.P.* Tricriticality in two-dimensional maps // *Phys. Lett.* 1992. Vol. A169. P. 438.

4. *Берже П., Помо И., Видаль К.* Порядок в хаосе. М.: Мир, 1991. 368 с.

5. *Шустер Г.* Детерминированный хаос. М.: Мир, 1990. 240 с.

6. *Мун Ф.* Хаотические колебания. М.: Мир, 1990. 312 с.

7. *Кузнецов С. П., Ерастова Е. Н.* Теория Фейгенбаума // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Кн. 2. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1983. С. 3

8. *Heagy J.F.* A physical interpretation of the Henon map // *Physica.* 1992. Vol. 57, № 3–4. P. 436.

9. *Безручко Б.П., Прохоров М.Д., Селезнев Е.П.* Модель диссипативного нелинейного осциллятора в виде одномерного отображения с тремя параметрами // Письма в ЖТФ. 1994. Вып. 11.

10. *Ikeda K., Daido H., Akimoto O.* Optical turbulence: chaotic behavior of transmitted light from a ring cavity // *Phys. Rev. Lett.* 1980. Vol. 45. P. 709.

11. *Carcasses J., Mira C., Bosch M., Simo C., Tatjer J.C.* Crossroad area – spring area transition (1) Parameter plane representation // *Int. J. Bifurc. & Chaos.* 1991. Vol. 1. P. 183.

12. *Carr Y., Eilbech Y.C.* One-dimensional approximations for a quadratic Ikeda map // *Phys. Lett.* 1984. Vol. 104A. P. 592.

13. *Chang S.J., Wortis M., Wright J.A.* Iterative properties of a one dimensional quartic map. Critical lines and tricritical behaviour // *Phys. Rev.* 1981. Vol. A24, № 5. P. 2669.

14. *Mosekilde E.* Topics in Nonlinear dynamic. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 1996. 380 p.

15. *Parlitz U.* Common dynamical features of periodically driven strictly dissipative oscillators // *Int. J. Bifurc. & Chaos.* 1993. Vol. 3. P. 7035.

16. *Parlitz U. et al.* Two-dimensional maps modelling periodically driven strictly dissipative oscillator // *Int. ser. of Numerical Math.* 1991. Vol. 97. P. 283.

17. *Vallee R., Delisle C., Chrostowski J.* Noise versus chaos in an acousto-optic bistability // *Phys. Rev.* 1984. Vol. 30A, № 1. P. 336.

18. *Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Sataev I.R.* Multi-parameter criticality in Chua's circuit at period-doubling transition to chaos // *Int. J. Bifurc. & Chaos.* 1996. Vol. 6. P. 119.

*Саратовский государственный
университет*

Поступила в редакцию 25.09.99

*Саратовское отделение Института
радиотехники и электроники РАН*

DYNAMICAL SYSTEMS OF DIFFERENT CLASSES AS MODELS OF THE KICKED NON-LINEAR OSCILLATOR

A.P. Kuznetsov, L.V. Turukina

Correspondence between the models as dynamical systems of different classes is discussed by the example of nonlinear dissipative kicked oscillator. 1D map is investigated in details: Feigenbaum's period doubling is studied and the possibility of non-Feigenbaum's period doubling is shown, corresponding illustration in the form of bifurcation diagrams and set of iteration diagrams are given, tricritical points (terminal points of the Feigenbaum's critical curves) are found in parameter space. The correlation with the properties of 2D map, the phenomenon of tricritically dynamics was demonstrated to take place only on definite areas of the parameter space.