

Оптические каустики и их метаморфозы.

Подосинникова Анастасия Анатольевна

учащаяся средней школы №70 г. Саратова, 11 класс, 2003 г.

Научный руководитель: проф. А.П. Кузнецов

Работа доложена на школе-конференции «Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2002» и опубликована в трудах школы, а также представлена на международной интернет-конференции Юнистарт (Москва, МФТИ), где заняла 3-е место.

Введение.

В заключительном задании заочной школы при Факультете Нелинейных Процессов Саратовского Государственного Университета им. Чернышевского среди всех предложенных задач была задача, названная «исследование оптических каустик в цилиндрической чашке». Предлагалось экспериментально исследовать оптические каустики, возникающие в чашке с молоком, и промоделировать на компьютере эти каустики.

Эта задача, на мой взгляд, оказалась наиболее интересной: эксперимент из повседневной жизни придает ей наглядность и способствует лучшему пониманию явления; хорошее понимание явления является неотъемлемой частью решения этой задачи; на примере этой задачи видно, как использование компьютера облегчает ее решение. К тому же, мой интерес стимулировался скудными сведениями в литературных источниках об этом явлении.

Общие представления.

Каустика — это огибающая семейства лучей. В местах каустик свет концентрируется. В переводе с латинского языка слово «каустика» означает «жгущая».

Примером каустики может служить семейство нормалей к параболе (рис. 1). На этом рисунке хорошо видна область концентрации луче, представляющая собой каустик¹.

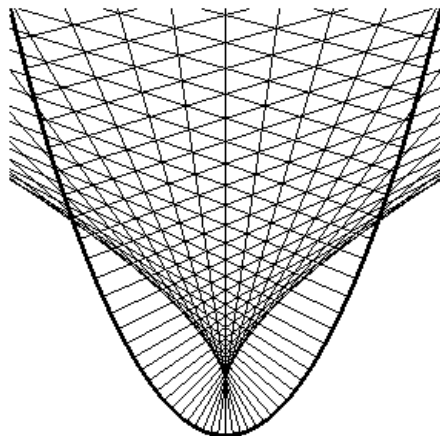


Рисунок 1. Семейство нормалей к параболе.

Каустики очень часто встречаются в оптике. Например, оптическая каустика образуется в вогнутом зеркале, а понятие фокуса зеркала справедливо лишь в приближениях параксиальной оптики. Только те лучи, которые на своем пути незначительно отклонятся от главной оптической оси, после отражения соберутся в одной точке — "острие" каустики, которая называется сборкой.

В цилиндрическом сосуде оптические каустики представляют собой огибающую световых лучей, отраженных от цилиндрической поверхности.

Экспериментальное исследование. Основные выводы и объяснение явлений.

В комнате на высоте $H = 55$ см от поверхности стола устанавливается источник света

¹ Данный рисунок представлен в книге 3 (см. список литературы), а так же построен на компьютере.

— настольная лампа. На расстоянии $L = 20$ см от проекции лампы на стол устанавливается цилиндрический сосуд — чашка с молоком (рис.2). Высота чашки 10 см, ее диаметр 7 см, а уровень молока в чашке 4 см (чашка имеет форму цилиндра).

На поверхности молока появляется яркая линия, которую в дальнейшем будем называть просто словом линия (рис. 3). Эта линия состоит из двух дуг, отходящих от стенок чашки и переходящих в острие. Дуги симметричны относительно прямой, проходящей через центр окружности и острие. Острие направлено в сторону лампы. Пространство между стенкой чашки и линией более тусклое, чем линия, но более яркое, чем остальная поверхность молока. Если выключить лампу, то линия исчезнет. Этот эксперимент дает представление о линии, возникающей в чашке с молоком, и говорит о том, что необходимым условием возникновения линии является наличие света.

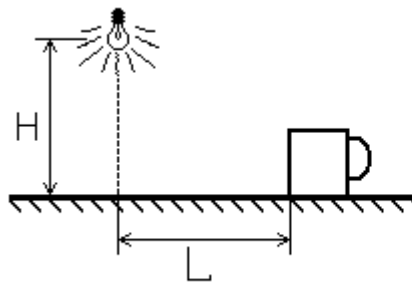


Рисунок 2.

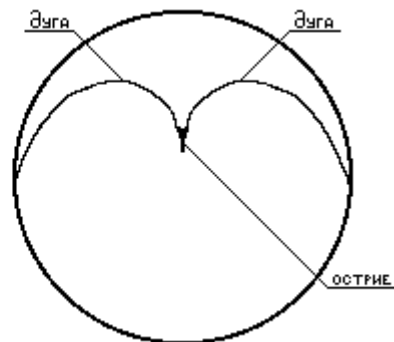


Рисунок 3.

Если при неизменном положении чашки и лампы, осветить комнату рассеянным светом, например, вынеся ее на улицу, линия будет видна, но с меньшим контрастом. А в случае замены лампы на рассеянный свет линия исчезает. Это говорит о том, что для возникновения линии необходимо наличие определенно направленного света, а наличие дополнительного рассеянного света, в присутствии направленного источника света, лишь уменьшает контрастность изображения линии.

Если расположить симметрично относительно оси чашки еще один источник света (рис. 4), то напротив уже существующей линии появится еще одна такая же линия (рис. 5). При дополнительном освещении системы рассеянным светом контрастность изображения линий уменьшатся. При замене ламп на рассеянный свет или при выключении ламп линии исчезают. Из этого опыта следует, что в любом цилиндрическом сосуде возможно существование нескольких линий, таких же, как и в предыдущих опытах, причем для каждой из них необходимо наличие своего источника направленного света.

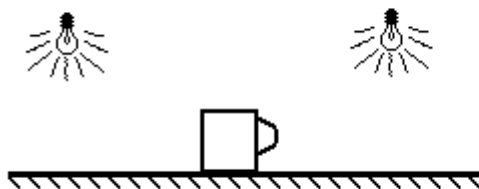


Рисунок 4.

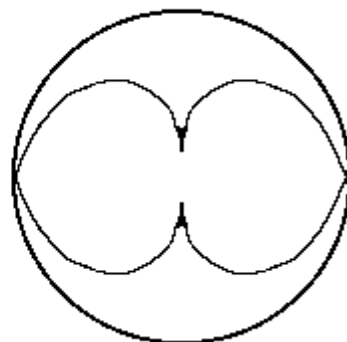


Рисунок 5.

При прикреплении к стенке чашки бумаги или ткани (поверхность чашки становится не отражающей), линия исчезает. Это свидетельствует о необходимости наличия отражаю-

щей внутренней поверхности чашки для появления линии.

Теперь проведем ряд экспериментов.

При удалении чашки на расстояние $L = 70$ см, линия исчезает. Если отодвигать чашку из первоначального положения, но очень медленно, то можно заметить, что с расстояния $L = 30$ см начинается постепенное исчезновение линии. Линия как бы стирается, начиная с тех частей дуг, которые прилежат к стенкам чашки, и постепенно переходить к острию (рис. 6).



Рисунок 6.

Если чашку, полностью заполненную молоком, поставить на расстояние $L = 20$ см, то линия не появится.

При постепенном уменьшении уровня молока начинается постепенное появление линии (рис. 7). Причем, вначале будут появляться края дуг, прилежащие к стенкам чашки, и постепенно переходить к острию. Примерно к уровню $h = 8,5$ см молока в чашке линия полностью вырисовывается, и, если продолжить уменьшение уровня, размеры линии не будут меняться до уровня $h = 3$ см, а после начнется постепенное исчезновение линии такое же, как при постепенном удалении чашки от лампы (рис. 6).



Рис. 7

При выключении лампы в двух вышеприведенных опытах линия не наблюдается.

На основании выше приведенных опытов можно предположить, что появление линии связано с существованием внутри цилиндрического сосуда поверхности, образуемой направленными световыми лучами, отраженными от внутренней поверхности чашки. Эту поверхность справедливо назвать каустической потому, что в местах ее расположения свет концентрируется, а, следовательно, она является огибающей семейства лучей, ее образующих. Линия же, появляющаяся на поверхности молока, является сечением этой каустической поверхности. На самом деле, если вылить молоко, то линия появится на дне чашки. Причем линия видна из любой точки, так как поверхность молока (или дна чашки) является рассеивающей.

Если внутри пустой чашки, стоящей на расстоянии $L = 20$ см, наблюдая линию на дне, перемещать маленький кусочек бумаги в плоскости, параллельной поверхности молока, то на ней будет отчетливо видна все та же линия. Этот эксперимент аналогичен изменению уровня молока в чашке, то есть кусочек бумаги так же, как и молоко, является рассеивающей поверхностью.

Если же кусочек бумаги поместить параллельно оси чашки, то на нем будут видны две параллельные линии, которые при смещении кусочка бумаги от стенок чашки к ее центру будут приближаться друг к другу, и в результате сойдутся в одну линию, проекция на поверхность молока которой есть острие.

Выше описанные опыты подтверждают тот факт, что внутри чашки направленными лучами света, отраженными от внутренней поверхности чашки, образуется именно каустическая поверхность. Кроме того, на их основании можно сделать еще один вывод: для того,

чтобы увидеть каустическую поверхность, необходимо наличие рассеивающей среды. В выше приведенных опытах рассеивающими поверхностями являются молоко, кусочек бумаги, дно чашки. И именно за счет рассеивания света сечение каустической поверхности видно из любой точки.

Пододвигая чашку из начального положения ($L = 20$ см) к лампе, примерно с расстояния $L = 10$ см линия, смещаясь к стенке чашки, начнет образовывать окружность, а от острия начнет отходить «светящаяся точка», движущаяся к центру окружности (рис. 8). Окружность и «точка» тоже являются проекциями каустической поверхности на плоскость молока. Правда, эта каустическая поверхность (она является каустической, так как в ее местах свет концентрируется) отлична по форме от той поверхности, которая описана выше, что очевидно.



Рис. 8

В стакане с молоком (его стенки прозрачны) линия не появляется. Это происходит не потому, что там не существует каустической поверхности, а потому, что из-за маленького коэффициента отражения стекла каустическая поверхность, а, следовательно, и линия на поверхности молока более тусклая, а поверхность молока еще освещена и другими лучами — не только лучами от источника направленного света. Это можно доказать, пронаблюдав картину в чашке со слегка прозрачными стенками. Линия здесь будет видна, но очень слабо.

Пространство между стенкой чашки и линией более яркое, чем остальная поверхность молока потому, что здесь происходит рассеивание лучей, которые образовали бы каустическую поверхность в отсутствии молока в пространстве, занятом молоком.

Выясним, какую форму имеет каустическая поверхность.

На основании опытов с изменением уровня молока и удалением чашки от источника света, справедливо говорить, что форма каустической поверхности следующая: ее острие немного опущено вниз, а дуги с приближением к стенкам чашки постепенно поднимаются вверх так, что края дуг, прилежащие к чашке, являются высшей точкой поверхности.

На самом деле: каустическая поверхность ограничена крайними лучами от источника света (рис. 9). Из этого рисунка хорошо видны области, в которых линия вырисовывается не полностью, и области, где линия видна полностью.

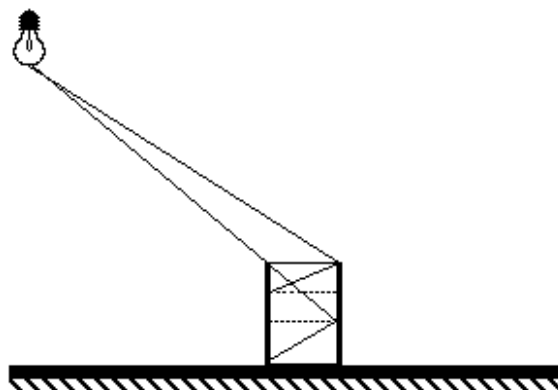


Рис. 9

В случае, когда при сильном удалении чашки от лампы линия не видна, лучи направленного света, отраженные от внутренней стенки чашки, будут попадать в чашку так, что каустическая поверхность будет образовываться выше уровня молока. Это хорошо видно из вышеприведенного рисунка и подтверждается при помощи опыта с кусочком бумаги.

При удалении чашки от лампы угол падения лучей на внутреннюю стенку чашки

уменьшается. При этом каустическая поверхность поднимается все выше к краям чашки. В случае, когда угол падения лучей приближается к нулю градусов, она будет вырождаться в линию на плоскости, такую же, как предполагалось раньше.

На основании выше написанного можно предположить большое сходство каустической поверхности, образуемой направленными лучами света на плоскости, с исследуемой каустикой. Точнее, каустика на плоскости есть частный случай исследуемой каустики.

Для экспериментов в качестве жидкости молоко выбрано не случайно. Молоко оптически более плотная среда, чем, например, чай или кофе, и поэтому именно на поверхности молока сечение каустической поверхности лучше видно.

Компьютерное моделирование.

Как уже говорилось, каустика на плоскости (имеется в виду каустика, образующаяся в результате отражения лучей от полукруглого зеркала) является частным случаем исследуемой каустики. Поэтому справедливо промоделировать на компьютере эту каустику и все основные выводы отнести к исследуемой каустике — каустике, образующейся в результате отражения лучей от внутренней части цилиндрической чашки в пространстве.

На рисунках 10 — 14 представлены результаты компьютерного моделирования каустик в случаях разных расстояний от источника света до зеркала.

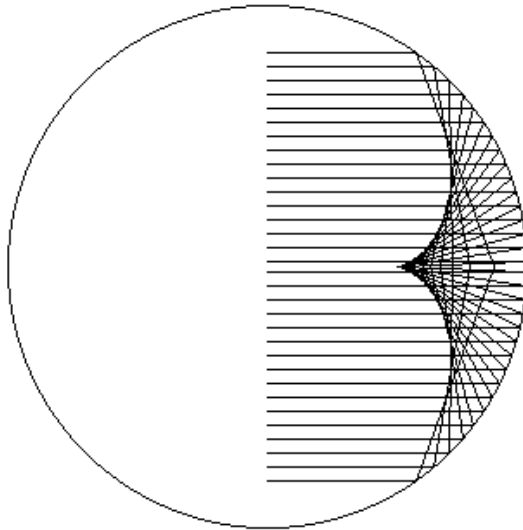


Рис. 10

На рисунке 10 источник света находится на бесконечно далеком расстоянии от зеркала. Далее идет постепенное приближение источника света к зеркалу.

Из этих рисунков видно, что по мере приближения источника света к зеркалу, острие каустики все ближе приближается к центру окружности (к центру зеркала). Не трудно догадаться, что в случае нахождения источника света в центре окружности, все лучи от него, отражаясь от зеркала, будут возвращаться в центр (из геометрии известно, что эти лучи будут падать на стенки чашки по нормали). Все это мы и наблюдали в эксперименте.

На рисунке 14 концентрация лучей более высокая, чем на других рисунках. Из этого рисунка хорошо видны места концентрации лучей. Так же из этого рисунка видно, что наибольшая концентрация лучей приходится на острие. На самом деле, острие линии, наблюдаемой на поверхности молока, наиболее ярко выражено из всей линии.

Общие выводы из работы.

В результате отражения лучей от стенок чашки в ней образуется определенная поверхность повышенной яркости света. Эта поверхность называется каустической. Главные условия ее возникновения — наличие определенно направленного света и отражающей поверхности. Ее возникновение зависит от расстояний между сосудом и источником света, что

определяют угол падения лучей на стенки сосуда, т.е. возникновение каустической поверхности в цилиндрическом сосуде зависит от угла падения лучей на стенки сосуда.

Чтобы увидеть каустическую поверхность необходимо наличие рассеивающей среды (пыль, туман, задымление, кусочек бумаги, дно чашки, молоко и т.д.).

В сосуде возможно существование нескольких каустических поверхностей, но для каждой из них должен быть свой источник направленного света. Это следствие того, что световые пучки, пересекаясь в пространстве, никак не действуют друг на друга.

Кривая линия, которую можно увидеть, например, на дне сосуда или на поверхности молока, является сечением каустической поверхности. Эту линию можно увидеть из любой точки.

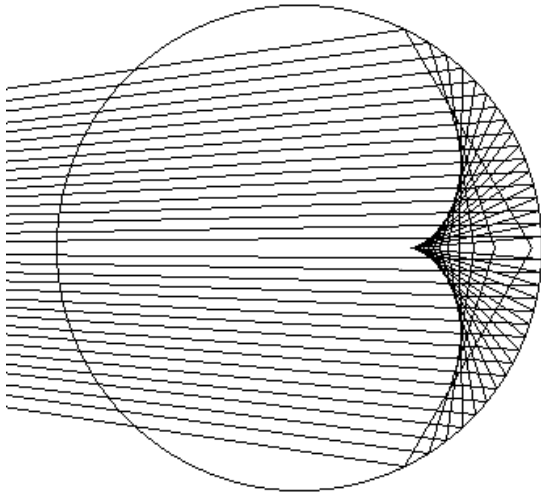


Рис.11

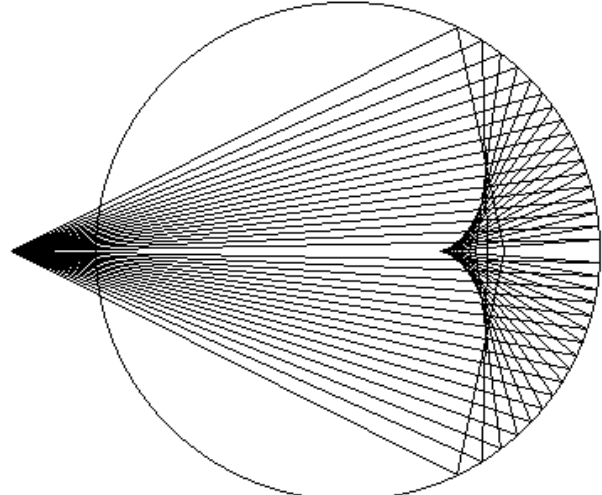


Рис. 12

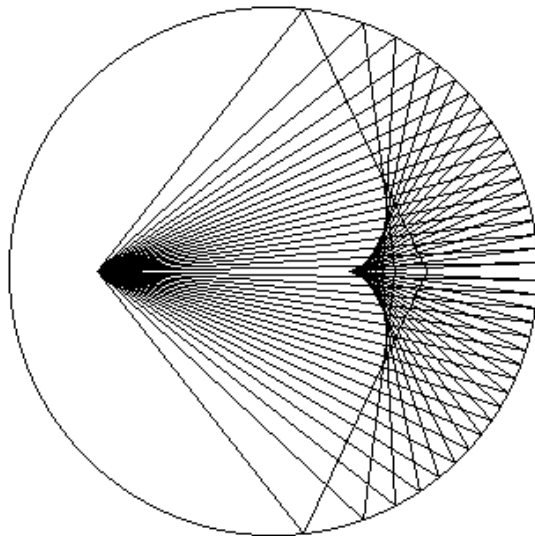


Рис. 13

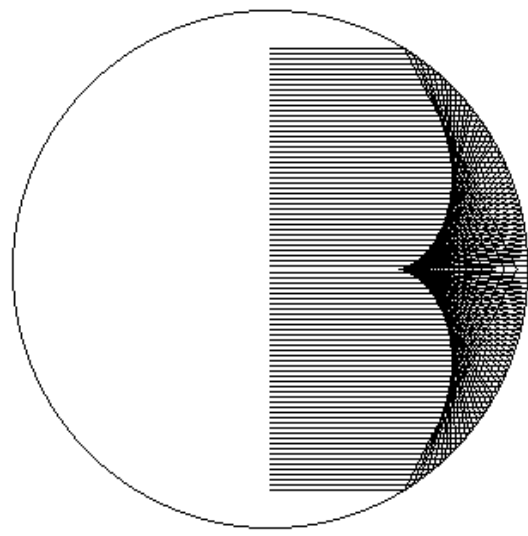


Рис. 14

Список использованной литературы:

1. В. И. Арнольд. Теория катастроф. Издание второе, дополненное. — Издательство Московского университета: 1983, стр. 3-8, 27-31
2. Л. А. Вайнштейн. Открытые резонаторы и открытые волноводы. Издательство «Советское радио»: М. 1966, стр. 8, 95-98, 174-178
3. Г. Г. Малинецкий. Хаос. Структура. Вычислительный эксперимент. Введение в нелинейную динамику. М. 2000